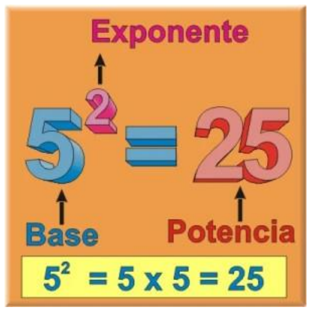
Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Guía N°3 – Potenciación y radicación – Tercer Periodo

Nombre del estudiante:

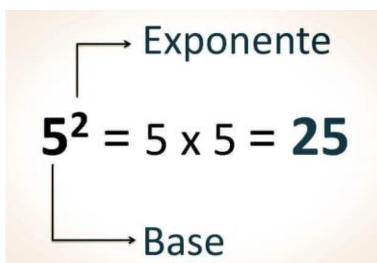
Objetivo de aprendizaje	Indicadores de Evaluación
Objetivo de la Guía: Conocer las propiedades de la potenciación y la radicación y desarrollar habilidades y destrezas en el desarrollo de ejercicios sobre el tema	Conoce las diferentes propiedades de la potenciación y radicación y elabora ejercicios con destreza.

POTENCIACIÓN EN NÚMEROS REALES



Conocimientos previos

Los exponentes son una manera reducida de repetir una multiplicación del mismo número por sí mismo. Por ejemplo, la forma reducida de multiplicar **dos** veces el número **5** se muestra en la parte izquierda del igual.



El factor que se repite a se llama **BASE**, el número de veces que se repite (n) se llama **EXPONENTE** y el resultado se llama **POTENCIA**

Te invito a observar el siguiente video para reforzar estos conocimientos adquiridos en grados anteriores:
https://www.youtube.com/watch?v=-K0ZSm9lPeY

Ejercicios: Te invito a llenar la siguiente tabla en tu cuaderno y presentarla al docente indicando cual es la base, el exponente la potencia y la expresión completa:

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Base	Exponente	Potencia	Expresión como Potencia
			$5^3 = 125$
6	4		
	3	64	
8	2		
56		1	
	1	94	
9	5		
			$11^2 = 121$
1	12		

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN EN REALES

Las propiedades de la potenciación en números reales son semejantes a la de los enteros recuérdalas y después practica con ejercicios:

PROPIEDAD	EXPRESIÓN GENERAL
1. Producto de potencias de igual base.	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2. Cociente de potencias de igual base.	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ con $a \neq 0$
3. Potencia de una potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4. Potencia de un producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
5. Potencia de un cociente	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ con $b \neq 0$
6. Potencia con exponente **0 o 1**	$a^0 = 1$ con $a \neq 0$ $a^1 = a$
7. Potencia con exponente negativo	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad a, b \neq 0$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ con $a \neq 0$

En la potenciación de números reales el exponente puede pertenecer a diferentes conjuntos numéricos. Por lo tanto, se pueden presentar las siguientes situaciones:

Exponente entero positivo

Si $n \in \mathbb{Z}^+$ y $a \in \mathbb{R}$, entonces, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ veces}}$

Exponente entero negativo

Si $n \in \mathbb{Z}^-$ y $a \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$, entonces, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Observación: también se tiene que si $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ y $-n$ es un número entero negativo, entonces:

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

Exponente racional

Si $n \in \mathbb{Q}$, $n = \frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros con $q \neq 0$ y $a \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$, entonces, $a^n = a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$.

EJEMPLOS

1. Analicemos las siguientes expresiones:

$$9^{\frac{1}{2}} = 3 \rightarrow 3^2 = 9 \qquad 64^{\frac{1}{3}} = 4 \rightarrow 4^3 = 64$$

$$8^{\frac{2}{3}} = 4 \rightarrow 4^{\frac{3}{2}} = 8 \qquad 81^{\frac{1}{4}} = 3 \rightarrow 3^4 = 81$$

2. Calculemos las siguientes potencias.

a. $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = 64$

b. $(4x^3)^{-3} = \frac{1}{(4x^3)^3} = \frac{1}{4x^3} \cdot \frac{1}{4x^3} \cdot \frac{1}{4x^3} = \frac{1}{64x^9}$

Por tanto, se tiene que $(4x^3)^{-3} = \frac{1}{64x^9}$

3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$

Por tanto, se tiene que $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Ejemplos:

1. Calcular de dos formas aplicando las propiedades de la potenciación:

a. $3^{-6} \cdot 3^{4}$

Solución:

1ª forma: $3^{-6} \cdot 3^{4} = \frac{1}{3^{6}} \cdot 3^{4} = \frac{3^{4}}{3^{6}} = 3^{4-6} = 3^{-2} = \frac{1}{3^{2}} = \frac{1}{9}$ **Propiedades 2 y 7**

2ª forma: $3^{-6} \cdot 3^{4} = 3^{(-6)+4} = 3^{-2} = \frac{1}{3^{2}} = \frac{1}{9}$ **Propiedades 1 y 7**

b. $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\right]^{-2}$

Solución:

1ª forma: $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\right]^{-2} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = \left(\frac{8}{1}\right)^{2} = \frac{8^{2}}{1^{2}} = \frac{64}{1} = 64$ **Propiedades 5 y 7**

2ª forma: $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\right]^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3\cdot(-2)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = \frac{1}{2^{-6}} = 2^{6} = 64$ **Propiedades 3 y 7**

c. $(2 \cdot 3)^{-2}$

Solución:

1ª forma: $(2 \cdot 3)^{-2} = 6^{-2} = \frac{1}{6^{2}} = \frac{1}{36}$ **Propiedad 7 y desarrollo de potencia**

2ª forma: $(2 \cdot 3)^{-2} = 2^{-2} \cdot 3^{-2} = \frac{1}{2^{2}} \cdot \frac{1}{3^{2}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{36}$ **Propiedades 4 y 7**

2. Simplificar cada expresión. Dar las respuestas con exponentes positivos.

a. $\left(\frac{3^{-2} \cdot 4^{4}}{4^{5} \cdot 3^{-3}}\right)^{-3}$

$$= \frac{(3^{-2} \cdot 4^{4})^{-3}}{(4^{5} \cdot 3^{-3})^{-3}} = \frac{3^{6} \cdot 4^{-12}}{4^{-15} \cdot 3^{9}} = 3^{6-9} \cdot 4^{-12-(-15)}$$

$$= 3^{-3} \cdot 4^{3} = \frac{64}{27}$$

b. $\frac{15a^{5}b^{3}c^{8}}{60a^{3}c^{10}} = \frac{a^{5}b^{3}c^{8}}{4a^{3}c^{10}} = \frac{a^{2}b^{3}c^{-2}}{4} = \frac{a^{2}b^{3}}{4c^{2}}$

c. $\frac{a^{2n-1}a^{n+1}}{a^{4n}}$ con $n \in \mathbb{Z}^{+}$ y $a \neq 0$

$= \frac{a^{(2n-1)+(n+1)}}{a^{4n}} = \frac{a^{3n}}{a^{4n}} = a^{3n-4n}$ Cociente de potencias de igual base

$= a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$ Potencia con exponente negativo

d. $\frac{(3x)^{2}(2x)^{3}}{(6x)^{4}} = \frac{3^{2} \cdot x^{2} \cdot 2^{3} \cdot x^{3}}{(3 \cdot 2x)^{4}}$ Potencia de un producto y se expresa 6 como 3· 2

$= \frac{3^{2} \cdot 2^{3} \cdot x^{5}}{3^{4} \cdot 2^{4} \cdot x^{4}} = 3^{2-4} \cdot 2^{3-4} \cdot x^{5-4}$ cociente de potencias de igual base

$= 3^{-2} \cdot 2^{-1} \cdot x^{1} = \frac{x}{3^{2} \cdot 2} = \frac{x}{18}$ Se resuelve la potencia y se multiplica.

Ejercicios interactivos:

Practica realizando los siguientes ejercicios en línea:

1. https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/naturales/ejercicios-interactivos-de-potencias-de-numeros-naturales.html
2. https://www.topworksheets.com/es/matematicas/potencias/propiedades-de-las-potencias-6675d44eb1ac7
3. https://www.topworksheets.com/es/matematicas/potencias/propiedades-de-las-potencias-666bc9a93dc47
4. https://www.topworksheets.com/es/matematicas/potencias/potencias-de-base-racional-664d8efb432d4

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ejercicios en tu cuaderno:

1. ***Indica si el signo del resultado es positivo o negativo*** *y justifique su respuesta*

a. $(-6)^7 =$ b. $(-4)^4 =$ c. $(-12)^{13} =$

2. ***Expresa como potencia:***

a) $(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5) =$
b) $-5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5 =$
c) $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) =$

3. ***Calcula: indicando el proceso y propiedades que empleo***

a. $(-5)^3 =$ b. $(-12)^4 =$ c. $(-2)^7 =$ d. $\left(\frac{3}{7}\right)^4 =$ e. $\left(-\frac{5}{2}\right)^4 =$ f. $\left(\frac{7}{6}\right)^{-3} =$ g. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

4. Aplica propiedades

a. $a^2 \cdot a^3 =$ b. $x^6 : x^4 =$ c. $a^7 \div a =$ d. $(b^3)^4 =$ e. $2^3 \cdot 2^7 \cdot 2^{15} =$ f. $a^8 \cdot a^6 \cdot a^{10} =$ g. $((x^2)^3)^4 =$ h. $a^{13} \div a^6 =$

i. $\dfrac{x^4 y^7}{x^2 y^{11}} =$ j. $\dfrac{x^3}{x} \cdot \dfrac{y^7}{y^2} \cdot \dfrac{z^{12}}{z^5} =$ k. $\left\{\left[(-2)^5\right]^4\right\}^2$ l. $(5x)^2$

2. OPERACIONES CON NÚMEROS EN NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Cuando trabajan con números muy grandes o muy pequeños, los científicos, matemáticos, e ingenieros normalmente usan la notación científica para expresar dichas cantidades. La notación científica usa la notación exponencial. Los siguientes ejemplos muestran la notación científica.

Año luz: El número de millas que viaja la luz en el transcurso de un año, alrededor de 5,880,000,000,000

La notación científica es 5.88×10^{12} millas.

Átomo de Hidrógeno: tiene un diámetro de alrededor de 0.00000005 mm

La notación científica es 5×10^{-8} mm

El cálculo de números muy grandes es más fácil si usamos la notación científica.
Cuando un número se escribe en notación científica, el exponente te dice si el término es un número muy grande o muy pequeño. Un exponente positivo indica un número grande y un exponente negativo indica un número muy pequeño que está entre 0 y 1.
Como es tan útil, veamos más a detalle el formato de la notación científica

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Notación Científica
Un número positivo está escrito en notación científica si presenta la forma a x 10n donde el coeficiente a tiene un valor tal que 1 ≤ a < 10 y n es un entero

Observa los números siguientes. ¿Cuál de los números está escrito en notación científica?

Número	¿Notación Científica?	Explicación
1.85×10^{-2}	sí	$1 \leq 1.85 < 10$ -2 es un entero
$1.083 \times 10^{\frac{1}{2}}$	no	$\frac{1}{2}$ no es un entero
0.82×10^{14}	no	0.82 no es ≥ 1
10×10^{3}	no	10 no es < 10

Escribiendo Notación Decimal en Notación Científica

Ahora comparemos algunos ejemplos de números expresados en notación científica y en notación decimal estándar para entender cómo se convierte de uno al otro. Observa las tablas siguientes, Pon atención al exponente en la notación científica y la posición del punto decimal en la notación decimal.

Números grandes	
Notación decimal	**Notación científica**
500.0	5×10^{2}
80.000,0	8×10^{4}
43.000.000,0	$4{,}3 \times 10^{7}$
62.500.000.000,0	$6{,}25 \times 10^{10}$

Números Pequeños	
Notación decimal	**Notación científica**
0,05	5×10^{-2}
0,0008	8×10^{-4}
0,00000043	$4{,}3 \times 10^{-7}$
0,000000000625	$6{,}25 \times 10^{-10}$

Para escribir un número grande en notación científica, movemos el punto decimal a la izquierda hasta obtener un número entre 1 y 10. Como mover el punto decimal cambia el valor, es necesario multiplicar el decimal por una potencia de 10 para que la expresión conserve su valor.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 180.000{,}00 \quad &= 18.000{,}00 \times 10^{1} \\ &= 1.800{,}00 \times 10^{2} \\ &= 180{,}000 \times 10^{3} \\ &= 18{,}0000 \times 10^{4} \\ &= 1{,}80000 \times 10^{5} = 1{,}8 \times 10^{5} \end{aligned}$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Observa que el punto decimal **fue movido 5 lugares hacia la izquierda**, y **el exponente es 5**.
Para escribir un número pequeño (entre 0 y 1) en notación científica, debes mover el punto decimal hacia la derecha y el exponente debe ser negativo.

Ejemplo: 0,00004

$$\begin{aligned} &= 00{,}0004 \times 10^{-1} \\ &= 000{,}004 \times 10^{-2} \\ &= 0000{,}04 \times 10^{-3} \\ &= 00000{,}4 \times 10^{-4} \\ &= 000004{,} \times 10^{-5} = 4 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

Podrías notar que el punto decimal **fue movido cinco lugares hacia la derecha** hasta que obtuviste el número 4, que está entre 1 y 10. **El exponente es −5**.

Escribiendo Notación Científica en Notación Decimal
También puedes escribir notación científica como notación decimal. Por ejemplo, el número de millas que viaja la luz en un año es **5,88 x 10(12)**, y el átomo de Hidrógeno tiene un diámetro de **5 x10(-8) mm**. Para escribir estos números en notación decimal, **mueves el punto decimal** el mismo número de lugares que el exponente. Si el exponente es positivo, mueves el punto decimal a la derecha. **Si el exponente es negativo, mueves el punto decimal a la izquierda.**

Ejemplo:

$$5{,}88 \times 10^{12} = 5{,}880000000000{,} = 5''880.000'000.000$$

$$5{,}0 \times 10^{-8} = 0{,}00000005{,} = 0{,}00000005$$

Por cada potencia de 10, mueves el punto decimal un lugar. Ten cuidado aquí y no te dejes llevar con los ceros - el número de ceros después del punto decimal siempre será 1 **menos** que el exponente porque se necesita una potencia de 10 para mover ese primer número a la izquierda del decimal.

Multiplicando y Dividiendo Números Expresados en Notación Científica

Los números escritos en notación científica pueden ser multiplicados y divididos de manera simple tomando ventaja de las propiedades de los números y de las reglas de los exponentes. Para multiplicar números en notación científica, primero multiplica los números que no son potencias de **10 (la a en a x 10(n))**. Luego multiplica las potencias de diez sumandos los exponentes.

Esto producirá un nuevo número por una potencia de 10 distinta. Todo lo que tienes que hacer es comprobar que este nuevo valor esté en notación científica. Si no lo está, lo conviertes.

Ejemplo	
Ejercicio: $(8{,}2 \times 10^{6})\ (1{,}5 \times 10^{-3})\ (1{,}9 \times 10^{-7})$	
$(8{,}2 \times 1{,}5 \times 1{,}9)\ (10^{6} \times 10^{-3} \times 10^{-7})$	Reagrupa, usando las propiedades conmutativa y asociativa.
$(23{,}37)\ (10^{6} \times 10^{-3} \times 10^{-7})$	Multiplica los números
$(23{,}37)\ (10^{-4})$	Multiplica las potencias de 10, usando la regla de los productos — **suma los exponentes**
$(2{,}337 \times 10^{1})\ 10^{-4}$	Convierte **23,37** a notación científica moviendo el punto decimal un lugar a la izquierda y multiplicando por **10^{1}**
$2{,}337 \times (10^{1} \times 10^{-4})$	Agrupa las potencias de 10 usando la propiedad asociativa de la multiplicación
$2{,}337 \times 10^{1+(-4)}$	Multiplica usando la regla del producto — **suma los exponentes**
Respuesta: $(8{,}2 \times 10^{6})\ (1{,}5 \times 10^{-3})\ (1{,}9 \times 10^{-7}) = \mathbf{2{,}337 \times 10^{-3}}$	

Para dividir números en notación científica, una vez más puedes aplicar las propiedades de los números y las reglas de los exponentes. Empiezas dividiendo los números que no son potencias de **10 (la a en a x 10(n))**. Luego divide las potencias de diez restando los exponentes.

Esto producirá un nuevo número por una potencia de 10 distinta. Todo lo que tienes que hacer es comprobar que este nuevo valor esté en notación científica. Si no lo está, lo conviertes.

Ejemplo	
Ejercicio: $\dfrac{(1{,}37\ x\ 10^{4})(9{,}85\ x\ 10^{6})}{5{,}0\ x\ 10^{12}}$	
$\dfrac{(1{,}37\ x\ 9{,}85)(10^{4}\ x\ 10^{6})}{5{,}0\ x\ 10^{12}}$	Reagrupa, usando las propiedades conmutativa y asociativa.
$\dfrac{13{,}4945\ x\ 10^{10}}{5{,}0\ x\ 10^{12}}$	Multiplica
$\left(\dfrac{13{,}4945}{5{,}0}\right)\left(\dfrac{10^{10}}{10^{12}}\right)$	Reagrupa utilizando las propiedades asociativas
$(2{,}6989)\left(\dfrac{10^{10}}{10^{12}}\right)$	Divide los números
$(2{,}6989)(10^{10-12})$	Divide las potencias de 10 usando la regla del cociente — resta los exponentes.
$2{,}6989\ x\ 10^{-2}$	
Respuesta: $\dfrac{(1{,}37\ x\ 10^{4})(9{,}85\ x\ 10^{6})}{5{,}0\ x\ 10^{12}} = \mathbf{2{,}6989\ x\ 10^{-2}}$	

Nota: Observa que cuando divides términos exponenciales, restas el exponente en el denominador del exponente en el numerador.

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Videos:
Si no te quedó claro el tema te invito a observar los siguientes videos:
https://www.youtube.com/watch?v=fYBFpz3ly28

y estos otros de notación científica (suma y resta):
https://www.youtube.com/watch?v=ioaZj5whXRc

Multiplicación:
https://www.youtube.com/watch?v=VX_5_34fWn4

Actividad 3.

1. Escribe en notación científica el número indicado en cada enunciado:

a. Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año y equivales aproximadamente a 5 900 000 000 000 millas

b. El diámetro de un electrón mide aproximadamente 0,0000000000004 Centímetros

c. La masa de una molécula de oxígeno pesa aproximadamente 0,000000000000000000000053 gramos.

2. Escribe la notación científica de las siguientes cantidades:

a. 58 934 000 000 **b.** 0,00026
c. 97 000 000 000 **d.** 396 000 000 000
e. 0,0419 **f.** 215 000
g. 0,000000000325 **h.** 921 560 000 000
i. 0,0000000659 **j.** 634 000 000

3. Escribe en notación decimal las siguientes cantidades expresadas en notación científica:

a. $6,278 \cdot 10^{-10}$ b. $6 \cdot 10^{12}$
c. $9,999 \cdot 10^{-9}$ d. $2,721 \cdot 10^{8}$
e. $7,1 \cdot 10^{14}$ f. $8,55 \cdot 10^{-3}$
g. $45,678 \cdot 10^{-5}$ h. $3,19 \cdot 10^{4}$

4. Efectúa las siguientes operaciones aplicando notación científica y escribe su resultado en notación decimal:

a. $\dfrac{1,3987 \cdot 10^{9}}{(3,6 \cdot 10^{-11})(2,5 \cdot 10^{7})}$

b. $\dfrac{(73,1)(1,67)(3,4 \cdot 10^{21})}{0,0000000008}$

c. $\dfrac{(0,000000619)(0,005234)}{(549876321)(0,000563)}$

d. $\dfrac{(3,542 \cdot 10^{-7})^{8}}{(5,07 \cdot 10^{5})^{10}}$

e. $\dfrac{(8\,500\,000)(0,0000073)}{0,0006}$

f. $\dfrac{(0,00006)(40\,000)}{0,000012}$

g, $\dfrac{(0,000039)(140)}{(130\,000)(0,00021)}$

h. $\dfrac{(600\,000)(0,0000003)}{(0,00004)(15\,000\,000)}$

i. $\dfrac{(0,0003)(30\,000)(310)(0,310)}{(0,0003)(0,003)(300)}$

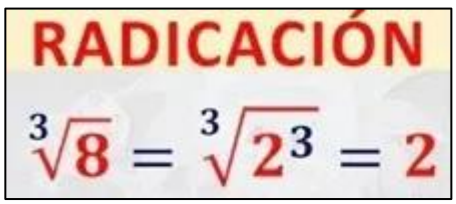
Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

5. Resuelve las situaciones planteadas aplicando notación científica:

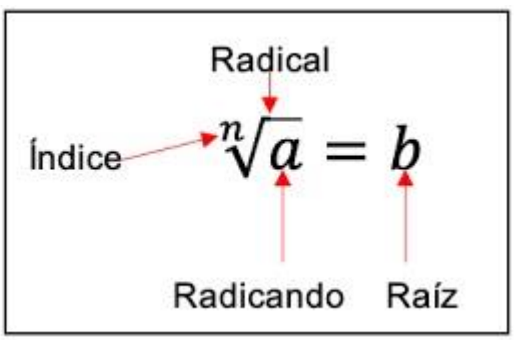
a. La masa del sol es de 1,99 x 10^{30} Kg, expresa esta masa en gramos
b. El radio de la tierra es de 6,38 x 10^{6} m, expresa este radio en Km.
c. El radio de la órbita de la tierra es de 0,38 x 10^{9} Mt, expresa el radio en Cm
d. Explica la diferencia que hay entre las siguientes cantidades (1,037 x 10^{4}) (1,037 x 10^{-4})
e. Un año luz es la distancia que viaja la luz en un año, es decir, aproximadamente 5900000000000 millas. La vía láctea tiene un tiene un dato aproximado de 200 000 años luz ¿Cuántas millas tiene la vía láctea de diámetro?
f. La edad del sol es de aproximadamente 5 x 10^{9} años sin embargo hay cuerpos que pueden tener 4 veces la edad del sol. ¿Cuál es la edad de estos cuerpos?

6. Desarrollar los ejercicios interactivos:
https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/matem%C3%A1ticas/Potencias/Notaci%C3%B3n_científica_hf333263cx, Debe tomarse un pantallazo de la respuesta y envíalos al docente.

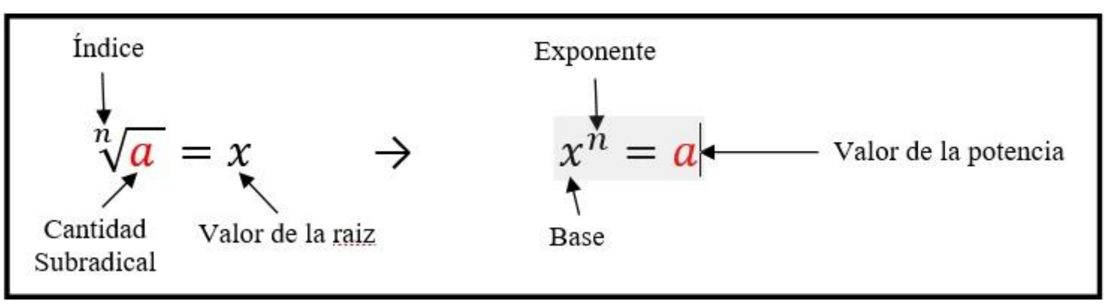
3· RADICACIÓN



La radicación es una de las operaciones inversas de la potenciación, que nos permite conocer la base de la potencia cuando se conocen la potencia y el exponente. Los elementos o partes de la radicación son:



Como es la operación inversa, acá encontramos las conversiones:



fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Simbólicamente se define la radicación como:

Si n es cualquier entero positivo mayor que 1, entonces la raíz n-ésima de a se define como $\sqrt[n]{a}$ = b sí y solo si a = b^n

Simbólicamente: $\sqrt[n]{a} = b \iff a = b^n$ si n es par, se tiene que a ≥ 0 y b ≥ 0

Ejemplo:
$\sqrt[3]{27} = 3$ Por que $3^3 = 27$ $\sqrt[4]{81} = 3$ Por que $3^4 = 81$ $\sqrt[2]{121} = 11$ Por que $11^2 = 121$

Observemos que sucede en el caso de que el radicando sea un numero negativo:

a) $\sqrt[3]{-8} = -2$ Ya que $(-2)^3 = -8$

b) $\sqrt[5]{-243} = -3$ Ya que $(-3)^5 = -243$

c) $\sqrt[4]{-81} =$ No existe.

En el último ejemplo se debería buscar un número elevado "a la cuatro" que dé como resultado -81, ¿existirá algún número que cumpla esa condición?

Los ejemplos anteriores se pueden generalizar en el siguiente cuadro:

Descripción	Propiedad	Operatoria	Ejemplo
Multiplicación de raíces de igual índice	$\sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$	Se conserva el índice y se multiplican los sub - radicales	$\sqrt[\square]{3}\,.\,\sqrt[\square]{12} = \sqrt[\square]{3.12} = \sqrt{36} = 6$
Raíz de un producto	$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$	Es el producto de las raíces de cada factor	$\sqrt{50} = \sqrt{25.2}$ $\sqrt{25}\,.\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
Raíz de un cociente	$\sqrt[n]{a \div b} = \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b}$	Es el cociente entre las raíces del dividendo y divisor.	$\sqrt{16 \div 9} = \sqrt{16} \div \sqrt{9}$ $= 4 \div 3 = \frac{4}{3}$
División de raíces de igual índice	$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$	Se conserva el índice y se dividen los sub radicales.	$\sqrt{98} \div \sqrt{2} = \sqrt{98 \div 2} =$ $\sqrt{49} = 7$

Ejemplo1:
Para resolver $\sqrt[3]{\mathbf{512}}$ se descompone 512 en sus factores primos:

512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$512 = 2^9 \Rightarrow \sqrt[3]{\mathbf{512}} = \sqrt[3]{\mathbf{2^9}}$

$= 2^{\frac{9}{3}}$

$= 2^3$

$= 8$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ejemplo2:

Cambia a la forma radical:

1. $\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{y^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[3]{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{y}}}$
2. $\sqrt[9]{-2x^3y^7} = (-2x^3y^7)^{\frac{1}{9}} = -2x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{7}{9}}$
3. $\sqrt[3]{(a+b)^2} = (a+b)^{\frac{2}{3}}$

Multiplicación de raíces de igual índice:

EJEMPLO3: $\sqrt{8}\ \sqrt{2}\quad \sqrt{8\cdot 2}\quad \sqrt{16}$

a) $\sqrt{20}\,.\,\sqrt{5}$ b) $\sqrt{2}\,.\,\sqrt{2}$
c) $\sqrt{5}\,.\,\sqrt{5}$ d) $\sqrt{27}\,.\,\sqrt{3}$
e) $\sqrt{3}\,.\,\sqrt{6}\,.\,\sqrt{2}$ f) $\sqrt{20}\,.\,\sqrt{30}\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{3}$
g) $\sqrt{25}\,.\,\sqrt{4}$ h) $\sqrt{4}\,.\,\sqrt{8}\,.\,\sqrt{12}$

Raíz de un cociente

EJEMPLO4: $\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4}$

EJEMPLOS5: $\sqrt{49 \div 9} = \sqrt{49} \div \sqrt{9} = 7 \div 3 = \frac{7}{3}$

División de Raíces de igual índice

EJEMPLO6: $\sqrt{125} \div \sqrt{5} = \sqrt{125 \div 5} = \sqrt{25} = 5$

Raíz de un producto

EJEMPLO7: $\sqrt{75} = \sqrt{25.3} = \sqrt{25}\,.\,\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

Video:
Si no entendiste el tema, observa el siguiente video sobre propiedades de los radicales:
https://www.youtube.com/watch?v=J38jAF6zuwA

Actividad 4: Desarrolla en el cuaderno los siguientes ejercicios:

Raíz de un cociente

a) $\sqrt{1 \div 4} =$ b) $\sqrt{\frac{100}{121}} =$

c) $\sqrt{\frac{64}{169}} =$ d) $\sqrt{256 \div 196} =$

e) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ f) $\sqrt{121 \div 144} =$

g) $\sqrt{16 : 81}$ h) $\sqrt{\frac{625}{16}}$

División de Raíces de igual índice

i) $\sqrt{48} \div \sqrt{3}$ j) $\sqrt{162} \div \sqrt{2}$

k) $\sqrt{1000} \div \sqrt{10}$ l) $\sqrt{32} \div \sqrt{2}$

m) $\sqrt{72} \div \sqrt{2}$ n) $\sqrt{96} \div \sqrt{6}$

o) $\sqrt{98} : \sqrt{2}$ p) $\sqrt{243} : \sqrt{3}$

Raíz de un producto

q) $\sqrt{20}$ r) $\sqrt{147}$ s) $\sqrt{48}$

t) $\sqrt{72}$ u) $\sqrt{18}$ v) $\sqrt{63}$

w) $\sqrt{12}$ x) $\sqrt{32}$

3.2. RADICALES CON ÍNDICE DIFERENTE Y BASE IGUAL
Si a € R y m, n € Z+, entonces se cumple que:

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

1. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[nm]{a^{n+m}}$ *Producto de radicales*

2. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a^{m-n}}$ con m > n | *Cociente de radicales*

Ejemplo1:

Escribe en la forma radical más simple:

1. $\sqrt[3]{36x^3y} \cdot \sqrt[5]{36x^3y} = \sqrt[(3)(5)]{(36x^3y)^{3+5}} = \sqrt[15]{(36x^3y)^8} = \sqrt[15]{36^8x^{24}y^8}$

2. $\sqrt[4]{32a^8}\ \sqrt[6]{32a^8} = \sqrt[(4)(6)]{(32a^8)^{4+6}} = \sqrt[24]{(32a^8)^{10}} = \sqrt[24]{32^{10}a^{80}}$

Ejemplo2:

Resuelve usando propiedades:

1. $\frac{\sqrt[4]{8a^6b^5}}{\sqrt[5]{8a^6b^5}} = \sqrt[20]{(8a^6b^5)} = 8^{\frac{1}{20}}a^{\frac{6}{20}}b^{\frac{5}{20}} = 8^{\frac{1}{20}}a^{\frac{3}{10}}b^{\frac{1}{4}}$

2. $\frac{\sqrt{81a^4b^8}}{\sqrt[3]{81a^4b^8}} = \sqrt[6]{(81a^4b^8)} = 81^{\frac{1}{6}}a^{\frac{4}{6}}b^{\frac{8}{6}} = 3^{\frac{2}{3}}a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{3}}$

3. $\sqrt[5]{32a^5b^{10}} \cdot \sqrt[6]{32a^5b^{10}} = \sqrt[30]{(32a^5b^{10})^{11}}$

4. $\frac{\sqrt[4]{7a^6b^{12}}}{\sqrt[3]{7a^6b^{12}}} = \sqrt[12]{(7a^6b^{12})^{-1}}$

÷

Ejemplo3:

Resuelve $\left(\sqrt{3x^2y^3}\right)\left(\sqrt[3]{3x^2y^3}\right) \div \left(\sqrt[3]{3x^2y^3}\right)\left(\sqrt[4]{3x^2y^3}\right)$

Primero hacemos la división del primer módulo y luego del segundo:

$\frac{\sqrt{3x^2y^3}}{\sqrt[3]{3x^2y^3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3x^2y^3}}{\sqrt[4]{3x^2y^3}} = \sqrt[6]{(3x^2y^3)^{3-2}} \cdot \sqrt[12]{(3x^2y^3)^{4-3}}$

$= \sqrt[6]{(3x^2y^3)^{3-2}} \cdot \sqrt[12]{(3x^2y^3)^{4-3}}$

$= \sqrt[6]{3x^2y^3} \cdot \sqrt[12]{3x^2y^3}$

$= \sqrt[72]{(3x^2y^3)^{18}}$

$= (3x^2y^3)^{\frac{18}{72}} = \mathbf{(3x^2y^3)^{\frac{1}{4}}}$

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Video:
Si no entendiste el tema, observa el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=desONj_65CY

o también puedes repasar en esta página:
https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/reales/suma-de-radicales.html

Actividad4:

1. Encuentra las raíces usando las propiedades y relaciona la respuesta:

a.	$\sqrt{\frac{100}{16}}$	( ) $2\sqrt{5}$
b.	$\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$	( ) $8\sqrt[3]{4}$
c.	$4\sqrt{54}$	( ) $-\frac{5}{6}$
d.	$\sqrt{1-\frac{8}{9}}$	( ) 6
e.	$\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{250}}$	( ) 2
f.	$\sqrt[3]{24}\sqrt[3]{9}$	( ) $2\sqrt[3]{4}$
g.	$\sqrt[3]{432}$	( ) $\frac{1}{3}$
h.	$\sqrt[3]{-\frac{125}{216}}$	( ) $6\sqrt[3]{2}$
i.	$\frac{1}{2}\sqrt[3]{256}$	( ) $\frac{2}{3}$
j.	$\frac{4}{3}\sqrt[3]{864}$	( ) $\frac{4}{5}$
k.	$\frac{1}{4}\sqrt[3]{512}$	( ) $\frac{5}{2}$
l.	$\sqrt{20}$	( ) $12\sqrt{6}$

2. Escribe cada expresión con exponente fraccionario y simplifica si es posible:

a. $\sqrt{13}$
b. $\sqrt[4]{3m}$
c. $\sqrt[3]{a^7b^{12}}$
d. $\sqrt[4]{\frac{3}{5}m^8n^2}$
e. $\sqrt[5]{a^{10}b^{15}c^5}$
f. $\sqrt[3]{12xy}$
g. $3\sqrt[3]{w}$
h. $\sqrt[7]{\frac{1}{2}mn}$
i. $\sqrt{(x+y)}$
j. $\sqrt[3]{(a^2-b^2)^6}$
k. $2\sqrt[9]{x^3y}$
l. $\sqrt[3]{27x^{15}y^9}$
e. $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$
f. $\sqrt[3]{\frac{729}{r^6s^9}}$
g. $\sqrt{\sqrt[3]{x^6y^{12}}}$
h. $\sqrt{\sqrt{81n^{16}}}$
m. $\sqrt[3]{\frac{(-5)^3x^6y^9z^{18}}{(-2)^3w^9}}$
n. $\sqrt{\sqrt[5]{32m^{10}n^{15}}}$
o. $\sqrt[4]{16\cdot(x-2)^4}$
p. $\sqrt[7]{2.187x^{21}y^7}$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

3. Escribe las siguientes expresiones en forma radical:

a. $4^{\frac{1}{3}}$

b. $(5x)^{\frac{1}{2}}$

c. $\left(\frac{3}{4}m^2n\right)^{\frac{1}{3}}$

d. $13^{\frac{1}{8}}$

e. $20^{\frac{2}{3}}$

f. $(5h^2k^3)^{\frac{1}{2}}$

g. $(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}$

h. $(2x^3y^5)^{\frac{1}{3}}$

i. $(w+z)^{\frac{1}{5}}$

j. $\left(\frac{1}{2}a^5b^3c^2\right)^{\frac{1}{4}}$

k. $(x-y)^{\frac{2}{5}}$

l. $(3ab)^{\frac{1}{8}}$

m. $(abc^2d)^{\frac{1}{2}}$

n. $(5fg^2h^3)^{\frac{1}{6}}$

4. Aplica las propiedades de la radicación para simplificar las siguientes expresiones:

a. $\sqrt{121m^8}$

b. $\sqrt[3]{-27x^{12}y^{21}}$

c. $\sqrt{m^{13}}$

d. $\sqrt{6m}\cdot\sqrt{8m}$

i. $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

j. $\dfrac{52\sqrt{28}}{26\sqrt{4}}$

k. $\dfrac{18\sqrt{40}}{3\sqrt{10}}$

l. $\dfrac{2\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$

a. El área de una habitación cuadrada es $144z^6y^2$ pulgadas cuadradas. ¿Cuáles son las dimensiones de la habitación?

b. El volumen de un cubo está dado por la expresión $512a^9b^6$. ¿Cuál es la longitud de su arista?

c. Los catetos de un triángulo rectángulo isósceles miden $\sqrt{8m^2x^2}$, ¿cuál es la longitud de la hipotenusa?

d. Johannes Kepler descubrió una relación entre el período (T), tiempo que tarda un planeta en dar una vuelta al Sol, y la distancia (d) de este planeta al astro. $T=\sqrt{d^3}$, T en años y d en unidades astronómicas, UA (UA = $1{,}5\times10^{14}$ km). Halla T para el planeta Júpiter si $d=5{,}2$.

4. SIMPLIFICACIÓN DE RADICALES.

4.1. Para simplificar radicales es preciso tener en cuenta que:

a. El radicando debe ser un producto. Por eso es necesario factorizarlo y descomponer las constantes o coeficientes numéricos en factores primos.

b. Si el exponente de algún factor es mayor que el índice del radical, este se descompone en

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

dos factores, de tal manera que el exponente de uno de ellos sea divisible por el índice y el exponente del otro factor sea menor que el índice.
c. Aplicar las propiedades de los radicales para simplificar cada factor.

4.2. Un radical esta simplificado cuando:

a. El radicando no contiene factores de potencia mayor o igual al índice del radical.
b. La potencia del radicando y el índice radical no tienen factor común diferente que 1.
c. La expresión dada no debe contener radical en el denominador.
d. La expresión dada no debe contener factores dentro del radical.
Para introducir una cantidad bajo un signo radical se eleva dicha cantidad a la potencia que indique el índice del radical.

Ejemplo1:
Introducir $3a^2$ en el radical $\sqrt[3]{a^2b}$

Solución:
$3a^2\sqrt[3]{a^2b} = 3a^2$ $\sqrt[3]{(3a^2)^3a^2b} = \sqrt[3]{27a^8}$

Ejemplo2:
a. Simplifica $6\sqrt{50} = 6\sqrt{25\,.\,2} = 6\,\sqrt{25}\,\sqrt{2} = 6(5)\,\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$

b. Simplifica $6\sqrt{50} - \frac{1}{2}\sqrt{8} = 6\sqrt{25\,.\,2} - \frac{1}{2}\sqrt{4\,.\,2} = 6(5)\,\sqrt{2} - \frac{1}{2}(2)\sqrt{2} = 30\sqrt{2} - \sqrt{2} = 29\sqrt{2}$

c. Simplifica $\sqrt[3]{108a^7b^6} =$

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$\Rightarrow$ 2^2 3^3

$= \sqrt[3]{3^3.2^2a^6a^1b^6} = (3^3.2^2a^6a^1b^6)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}}.2^{\frac{2}{3}}a^{\frac{6}{3}}a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{6}{3}}$

$= 3a^2b^2\sqrt[3]{4a}$

Escribe en la forma radical más simple.

$$\sqrt[4]{\frac{x^8y^4}{16m^{12}}} = \left(\frac{x^8y^4}{2^4m^{12}}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{x^{\frac{8}{4}}y^{\frac{4}{4}}}{2^{\frac{4}{4}}m^{\frac{12}{4}}} = \frac{x^2y}{2m^3}$$

Ejemplo3:
a. Escribe en la forma exponencial simple:

$$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^6y}}} = \left\{\left[(x^6y)^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{1}{3}}\right\}^{\frac{1}{2}} = \left\{\left[x^{\frac{6}{4}}y^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{1}{3}}\right\}^{\frac{1}{2}} = \left\{x^{\frac{6}{12}}y^{\frac{1}{12}}\right\}^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{6}{24}}y^{\frac{1}{24}} = x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{24}}$$

b. Simplifica la expresión: $\sqrt{12a} + \sqrt{27a} - \sqrt{75a}$, $a \geq 0$

$\sqrt{12a} = \sqrt{4\,.\,3a} = \sqrt{4}\,.\,\sqrt{3a} \quad = 2\sqrt{3a}$

$\sqrt{27a} = \sqrt{9\,.\,3a} = \sqrt{9}\,.\,\sqrt{3a} \quad = 3\sqrt{3a}$

$\sqrt{75a} = \sqrt{25\,.\,3a} = \sqrt{25}\,.\,\sqrt{3a} \quad = 5\sqrt{3a}$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Por tanto

$\sqrt{12a} + \sqrt{27a} - \sqrt{75a} = 2\sqrt{3a} + 3\sqrt{3a} - 5\sqrt{3a} = (2 + 3 - 5)\sqrt{3a} = 0\sqrt{3a} = 0$

4.3. Reducir a índice común dos o más radicales

Es encontrar radicales equivalentes a los dados que tengan el mismo índice.
Un índice común es cualquier múltiplo del **m.c.m**. de los índices.
El mínimo índice común es el **m.c.m**. de los índices, habitualmente se elige éste.

Ejemplo1:

Reducir a índice común los siguientes radicales:

$$\sqrt{2} \qquad \sqrt[3]{2^2 . 3^2} \qquad \sqrt[4]{2^2 . 3^3}$$

Solución:

a. En primer lugar, hallamos el m.c.m. de los índices: 2, 3 y 4

m.c.m(2, 3 y 4) = 12

b. Dividimos el común índice (12) por cada uno de los índices (2, 3 y 4) y cada resultado obtenido se multiplica por sus **exponentes** correspondientes.

$\frac{12}{2} = 6$ Por tanto, $\sqrt[12]{(2)^6}$

$\frac{12}{3} = 4$ Por tanto, $\sqrt[12]{(2^2)^4(3^2)^4}$

$\frac{12}{4} = 3$ Por tanto, $\sqrt[12]{(2^2)^3(3^3)^3}$

$= \sqrt[12]{(2)^6} . \sqrt[12]{(2^2)^4(3^2)^4} . \sqrt[12]{(2^2)^3(3^3)^3}$

Operamos con las potencias:

$= \sqrt[12]{2^6} \qquad \sqrt[12]{2^8 . 3^8} \qquad \sqrt[12]{2^6 . 3^9}$

Ejemplo2:

Reducir a índice común los siguientes radicales:

$$\sqrt{x^5} \qquad \sqrt[4]{y^3} \qquad \sqrt[6]{z^7}$$

Solución:

a. hallamos el m.c.m. de los índices: 2, 4 y 6

2	4	6	2
1	2	3	2
	1	3	3
		1	

m.c.m(2, 4, 6) = 2 x 2 x 3
= **12**

Luego 12 se divide por el índice propio de cada radical, el cociente se multiplica por el exponente del subradical, o sea:

$\sqrt{x^5} = \sqrt[12]{(x^5)^6} = \sqrt[12]{x^{30}}$

$\sqrt[4]{y^3} = \sqrt[12]{(y^3)^3} = \sqrt[12]{y^9}$

$\sqrt[6]{z^7} = \sqrt[12]{(z^7)^2} = \sqrt[12]{z^{14}}$

Luego $\sqrt[12]{x^{30}}$; $\sqrt[12]{y^9}$; $\sqrt[12]{z^{14}}$; son respectivamente equivalentes a:

$\sqrt{x^5}$; $\sqrt[4]{y^3}$; $\sqrt[6]{z^7}$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Ejemplo3:

Reducir a índice común:

$$\sqrt[4]{5x} \qquad \sqrt[5]{3y^3} \qquad \sqrt[10]{9az^2}$$

Solución:

a. hallamos el m.c.m. de los índices: 4, 5 y 10

4	5	10	2
2	5	5	2
1	5	5	5
	1	1	

m.c.m(4, 5, 10) = 2 x 2 x 5
= **20**

Luego 20 se divide por el índice propio de cada radical, el cociente se multiplica por el exponente del subradical, o sea:

$$\sqrt[4]{5x} = \sqrt[20]{(5x)^5} = \sqrt[20]{3125x^5}$$

$$\sqrt[5]{3y^3} = \sqrt[20]{(3y^3)^4} = \sqrt[20]{81y^{12}}$$

$$\sqrt[10]{9az^2} = \sqrt[20]{(9az^2)^2} = \sqrt[20]{81a^2z^4}$$

Luego $\sqrt[20]{3125x^5}$; $\sqrt[20]{81y^{12}}$; $\sqrt[20]{81a^2z^4}$; son respectivamente equivalentes a:

$\sqrt[4]{5x}$; $\sqrt[5]{3y^3}$; $\sqrt[10]{9az^2}$

Actividad5:

1. Escribe bajo un solo radical cada expresión:

a. $\dfrac{\sqrt{x^2y^3}\sqrt{x^3}\sqrt{y^5}}{\sqrt{x^4}\sqrt{y^2}}$ f. $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$ k. $\dfrac{\sqrt{3m^2}}{\sqrt{4n^3}}\dfrac{\sqrt{2n^6}}{\sqrt{9m^3}}$

b. $\sqrt[4]{\sqrt{8ab}}$ g. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{6}}$ l. $\sqrt{5\sqrt{5}}$

c. $\sqrt[5]{\sqrt[6]{h^2k^3}}$ h. $\dfrac{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{6}}$ m. $\sqrt[3]{(2+k)\sqrt{2+k}}$

d. $\sqrt{\sqrt{2a}}$ i. $\sqrt{2}\sqrt{a}\sqrt{b}$ n. $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

e. $\sqrt{\dfrac{m}{n}\sqrt{\dfrac{n}{m}\sqrt[3]{\dfrac{n}{m}\sqrt[4]{\dfrac{n}{m}}}}}$ j. $\dfrac{\sqrt{2a^4}}{\sqrt{6a^3}}$ ñ. $\sqrt{\dfrac{1}{p}\sqrt{p\sqrt{p}}}$

2. Introduce todos los factores dentro del radical:

a. $\dfrac{4a^4c^8}{5b^5}\sqrt[3]{\dfrac{2a^2}{b}}$ f. $7y^5z^4\sqrt{2z}$ j. $-\dfrac{1}{3}r^4s^5\sqrt[3]{6rs^2}$

b. $2\sqrt{3a^2}$ g. $\dfrac{1}{4}\sqrt{2a}$ k. $4\sqrt{6}$

c. $3x\sqrt[3]{x^2}$ h. $k^{-5}m^6n^7\sqrt[4]{k^{-2}m^{-1}n^{-2}}$ l. $\frac{3}{4}x^2y^{-8}z^{-2}\sqrt[5]{5x^3y^{-4}}$

d. $2a^3b^2\sqrt[3]{a^2b}$ i. $\frac{3g^2}{2h^{12}}\sqrt{\frac{2g}{h}}$ m. $\frac{6a^3}{b^8}\sqrt{\frac{a}{3}}$

e. $2p^5q\sqrt[4]{3p^3q}$

5. OPERACIONES CON RADICALES

5.1. ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Radicales semejantes

Radicales semejantes son aquellos que tienen **el mismo índice** y **el mismo radicando**. Pueden diferir únicamente en el coeficiente que los multiplica.

Para comprobar si dos radicales son semejantes o no, se simplifican, si se puede y se extraen todos los factores que sea posible.

Ejemplo:

Comprobar si los radicales que aparecen en la imagen son semejantes:

$9\sqrt{512}$ y $7\sqrt{2}$ $\qquad$ $2\sqrt[18]{x^3}$ y $9\sqrt[42]{x^7}$

Solución:

Se descomponen los radicandos en factores primos y se simplifican.

$9\sqrt{512} = 9\sqrt{2^9} = 9\sqrt{2^2.2^2.2^2.2^2.2} = 16.9\sqrt{2} = \mathbf{144\sqrt{2}}$

$7\sqrt{2} = \mathbf{7\sqrt{2}}$

$2\sqrt[18]{x^3} = 2\left(x^{\frac{3}{18}}\right) = 2x^{\frac{1}{6}} = \mathbf{2\sqrt[6]{x}}$

$9\sqrt[42]{x^7} = 9\left(x^{\frac{7}{42}}\right) = 9x^{\frac{1}{6}} = \mathbf{9\sqrt[6]{x}}$

512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$\Rightarrow$ 2^9

$2^2 . 2^2 . 2^2 . 2^2 . 2$

NOTA: Si son semejantes porque tienen el mismo índice y el mismo radicando.

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Procedimiento para sumar o restar radicales

Para sumar o restar radicales se necesita que sean semejantes (que tengan el mismo índice y el mismo radicando), cuando esto ocurre se suman o restan los coeficientes de fuera y se deja el mismo radical. Se escribe a continuación los no semejantes.

Ejemplo1:

Resuelve: $3\sqrt{45} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{20} - 3\sqrt{24}$

Solución:

$3\sqrt{3^2.5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{2^2 5} - 3\sqrt{2^2 6}$ Se descomponen los radicandos

$3.3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6.2\sqrt{5} - 3.2\sqrt{6}$ Se extraen las raíces donde sea posible y se resuelven los productos indicados.

$9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 6\sqrt{6}$

$(9\text{-}4\text{+}12)\sqrt{5} - 6\sqrt{6}$

$17\sqrt{5} - 6\sqrt{6}$

Ejemplo2:

Resuelve: $5\sqrt{24x^2y} + 6\sqrt{54x^2y} - 3x\sqrt{6y}$

Solución:

$5\sqrt{24x^2y} = 5\sqrt{6.4.x^2.y} = 5\sqrt{6}\sqrt{4}\sqrt{x^2}\sqrt{y} = 5\sqrt{6}\cancel{\sqrt{2^2}}\cancel{\sqrt{x^2}}\sqrt{y} = 5.2.x\sqrt{6y} = 10x\sqrt{6y}$

$6\sqrt{54x^2y} = 6\sqrt{9.6.x^2.y} = 6\sqrt{9}\sqrt{6}\sqrt{x^2}\sqrt{y} = 6\cancel{\sqrt{3^2}}\sqrt{6}\cancel{\sqrt{x^2}}\sqrt{y} = 6.3.x\sqrt{6y} = 18x\sqrt{6y}$

$3x\sqrt{6y} = 3x\sqrt{6y}$

Por tanto, $5\sqrt{24x^2y} + 6\sqrt{54x^2y} - 3x\sqrt{6y} = 10x\sqrt{6y} + 18x\sqrt{6y} - 3x\sqrt{6y}$

$= (10x + 18x - 3x)\sqrt{6y}$

$= 25x\sqrt{6y}$

Ejemplo3:

Si $a=20\sqrt{12}$, $b=5\sqrt{48}$, $c=-4\sqrt{75}$ y **h=b – c + a**, **¿cuál es el valor de h?**

Solución:

h=b-c+a

$= 5\sqrt{48} - (-4\sqrt{75}) + 20\sqrt{12}$ Se reemplazan los valores de a,b,c

$= 5\sqrt{2^2 2^2.3} - (-4\sqrt{5^2 3}) + 20\sqrt{2^2.3}$ Se simplifica

$= 5.2.2\sqrt{3} + 4.5\sqrt{3} + 20.2\sqrt{3}$

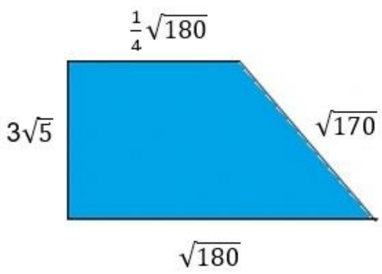
$= 20\sqrt{3} + 20\sqrt{3} + 40\sqrt{3}$ Se suman radicales semejantes

$= 80\sqrt{3}$

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Ejemplo4:

Hallar el perímetro del siguiente trapecio:



$$\frac{1}{4}\sqrt{180}+\sqrt{170}+\sqrt{180}+3\sqrt{5}$$

Se plantea la suma de las medidas de los lados del trapecio

$$=\frac{6}{4}\sqrt{5}+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}+\sqrt{170}$$

$$=\frac{17}{2}\sqrt{5}+\sqrt{170}$$

Videos:

Antes de continuar, te invito a observar los siguientes videos sobre suma y resta de radicales:
https://www.youtube.com/watch?v=2BVgn1wk5ko

Actividad6:

Nota: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN JUSTIFICARSE CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS EN EL **CUADERNO**.

1. Resuelve las operaciones (Debajo de la tabla) y Coloca en la esquina superior izquierda de cada cuadro el resultado correcto que corresponda:

$-6\sqrt{3}$	$8\sqrt{5}-10\sqrt{2}$	$3\sqrt[4]{2}$	$6\sqrt{3}$	$25-\frac{3}{7}\sqrt{3}-\frac{7}{2}\sqrt{2}$	$8\sqrt{2}-49\sqrt{3}$	$9\sqrt{2}+10\sqrt{5}$	$4\sqrt{3}$
$6\sqrt[3]{2}+9\sqrt[3]{3}$	$8\sqrt[3]{2}-8\sqrt[3]{3}$	$\frac{13}{4}\sqrt{5}$	$10a\sqrt{a}$	$2\sqrt[3]{6}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{3}$	$\frac{47}{12}\sqrt{2}+\frac{13}{24}\sqrt{3}$	$9\sqrt[3]{2}-9\sqrt[3]{3}$	$25\sqrt{3}-7\sqrt{7}$
$\frac{8}{3}\sqrt{6}-6\sqrt{5}$	$4\sqrt[3]{6}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{3}$	$\sqrt[4]{2}$	$\frac{9}{2}\sqrt{5}$	$16\sqrt[3]{3}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{2}+\frac{8}{5}\sqrt[3]{5}$	$\frac{23}{6}\sqrt[3]{4}+\frac{61}{12}\sqrt[3]{6}$	$\sqrt{5a}-\frac{38}{5}\sqrt{2a}$	$6\sqrt[3]{6}-\frac{2}{3}\sqrt[3]{3}$
$\frac{11}{4}\sqrt{5}$	$8\sqrt[3]{2}-11\sqrt[3]{4}$	$11\sqrt{2}+9\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{3}}{20}-\frac{5\sqrt{2}}{12}$	$a\sqrt{5a}-\frac{41a}{6}\sqrt{2a}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{7\sqrt{2}}{12}$	$25-\frac{19}{18}\sqrt{3}-\frac{9}{2}\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}-3\sqrt{3}$
$23a$	$10\sqrt{a}$	$-\frac{19}{30}\sqrt[3]{6}$	$2\sqrt{5a^2}-2a\sqrt{3}$	$\frac{9}{4}\sqrt{6}-9\sqrt{5}$	$\frac{17}{30}\sqrt[3]{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{60}-\frac{7\sqrt{2}}{12}$	$\frac{7}{4}\sqrt{6}-7\sqrt{5}$
$\frac{4}{3}\sqrt{6}-\frac{1}{3}\sqrt{5}$	$-5\sqrt{3}$	$12\sqrt{2}-51\sqrt{3}$	$21\sqrt{3}-5\sqrt{7}$	$18\sqrt[3]{3}-\frac{4}{3}\sqrt[3]{2}+\frac{12}{5}\sqrt[3]{5}$	$3a\sqrt{5}-2a\sqrt{3}$	$\frac{25}{6}\sqrt[3]{4}+\frac{71}{12}\sqrt[3]{6}$	$9\sqrt[4]{2}$
$8a^2\sqrt{a}$	$26\sqrt{3}-6\sqrt{7}$	$3\sqrt{6}$	$18a$	$\frac{1}{3}\sqrt[3]{6}-\frac{2}{5}\sqrt[3]{3}$	$\frac{3}{20}\sqrt{3}-\frac{7}{12}\sqrt{2}$	$28\sqrt{5}$	$21\sqrt{a}$
$12\sqrt{5}$	$-\frac{16}{15}\sqrt[3]{6}$	$6\sqrt{5a}-2\sqrt{3a}$	$a\sqrt{5}-\frac{40a}{3}\sqrt{2}$	$6\sqrt[3]{2}-7\sqrt[3]{3}$	$4\sqrt{2}-54\sqrt{3}$	$\frac{27}{12}\sqrt{2}+\frac{15}{24}\sqrt{3}$	$9\sqrt{6}$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

2. Resuelve las siguientes operaciones en tu cuaderno:

a. $8\sqrt{5}-7\sqrt{5}-6\sqrt{5}+12\sqrt{5}+21\sqrt{5}$

b. $\sqrt{36a^2}+\sqrt{64a^2}+\sqrt{81a^2}$

c. $\frac{3}{4}\sqrt{5}+\frac{8}{4}\sqrt{5}-\frac{6}{4}\sqrt{5}+\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{3}{2}\sqrt{5}$

d. $-14\sqrt{3}+\sqrt{2}-13\sqrt{3}+15\sqrt{2}-24\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

e. $\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{3}-\frac{2}{5}\sqrt{3}+\frac{1}{4}\sqrt{2}+\frac{2}{3}\sqrt{2}-\frac{3}{2}\sqrt{2}$

f. $\sqrt{96}-\sqrt{54}+\sqrt{24}$

g. $-\sqrt[3]{6}-6\sqrt[3]{6}+5\sqrt[3]{6}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{6}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{6}+\frac{1}{5}\sqrt[3]{6}$

h. $13-\frac{\sqrt{48}}{4}-\frac{3}{2}\sqrt{18}+12-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{12}}$

i. $\sqrt{196a^3}+\sqrt{144a^3}-8\sqrt{4a^3}$

j. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{81}-\frac{3}{4}\sqrt[3]{192}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{384}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{48}$

k. $\frac{2}{3}\sqrt{486}-\frac{3}{8}\sqrt{600}-\sqrt{320}-\frac{1}{6}\sqrt{180}$

l. $a\sqrt{27}-\sqrt{45a^2}+a\sqrt{80}+\sqrt{20a^2}-a\sqrt{75}$

m. $4\sqrt{3}-5\sqrt{12}+\sqrt{27}+\sqrt{75}-\sqrt{147}$

o. $4\sqrt{\frac{1}{12}}+\frac{2}{3}\sqrt{72}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{48}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{18}}$

p. $\sqrt[4]{32}+\sqrt[4]{162}-\sqrt[4]{512}$

q. $-\frac{5}{6a^5}\sqrt{200a^{13}}+\frac{3a}{4}\sqrt{320a}+\frac{3}{8}\sqrt{32a^3}-\frac{1}{5a^6}\sqrt{3\,125a^1}$

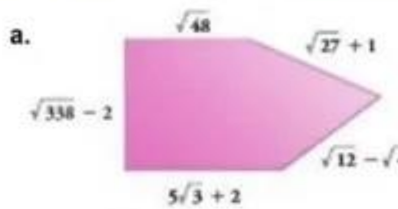
r. $2\sqrt{18}+3\sqrt{20}+\sqrt{45}+\sqrt{50}$

s. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{648}+\frac{3}{5}\sqrt[3]{320}+3\sqrt[3]{375}-\frac{1}{6}\sqrt[3]{1\,024}$

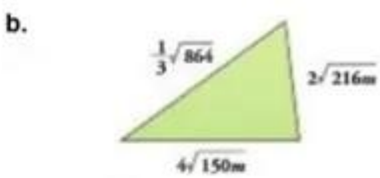
t. $4\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{6}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}+\frac{1}{4}\sqrt[3]{6}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{6}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{4}$

3. Halla el perímetro de las siguientes figuras:

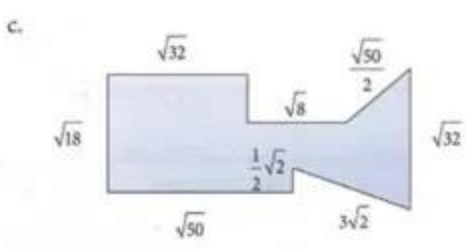
a.



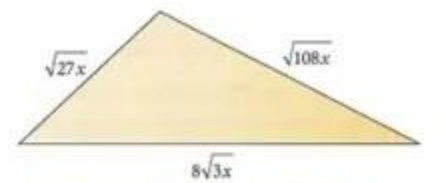
b.



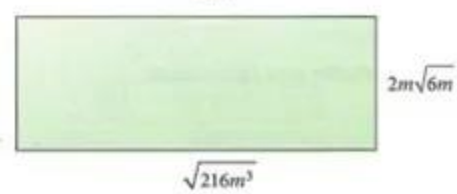
c.



d.



e.



3. Resuelve el siguiente cuadrado mágico, en el cual la suma de las filas, las columnas y las diagonales es igual a $9(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

	$\sqrt{2}-2\sqrt{12}$	
	$3\sqrt{3}+\sqrt{18}$	
$\sqrt{8}-\sqrt{27}$		$\sqrt{12}+\sqrt{8}$

5.2. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Para multiplicar radicales es necesario distinguir dos casos:

1. Cuando los radicales tienen el mismo índice, se multiplican los radicandos y se deja el mismo índice

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

$$\sqrt[n]{a}\ .\ \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$$

Ejemplo1:

$\sqrt{2}.\sqrt{6} = \sqrt{12} = \sqrt{2^2.3} = 2\sqrt{3}$

2. Cuando los radicales tienen distinto índice, primero se reducen a común índice y luego se multiplican

Ejemplo2:

$\sqrt{3}.\sqrt[3]{9}.\ \sqrt[4]{27}$

Descomponemos en factores los radicandos:

$\sqrt{3}.\sqrt[3]{3^2}.\ \sqrt[4]{3^3}$

Reducimos a **mínimo común múltiplo** por lo que tenemos que calcular el mínimo común múltiplo de los índices, que será el común índice.

m.c.m(2,3,4) =12

$= \sqrt[12]{3^6}\ .\ \sqrt[12]{(3^2)^4}\ .\ \sqrt[12]{(3^3)^3} = \sqrt[12]{3^6.3^8.3^9} = \sqrt[12]{3^{23}} = \sqrt[12]{3^{11}.3^{12}} = \mathbf{3\sqrt[12]{3^{11}}}$

Ejemplo3:

Efectúa los siguientes productos:

a. $(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 5) = (\sqrt{2})(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})(5) - 3(\sqrt{2}) - (3)(5)$

$= \sqrt{4} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 15$

$= 2 + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 15 = \mathbf{-13 + 2\sqrt{2}}$

b. $(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 5) = (\sqrt{x})(\sqrt{x}) + (\sqrt{x})(5) - (3)(\sqrt{x}) - (3)(5)$

$= \sqrt{x^2} + 5\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 15$

$= \mathbf{x + 2\sqrt{x} - 15}$

c. $(\sqrt[5]{u^2} - \sqrt[5]{v^3})(\sqrt[5]{u^3} + \sqrt[5]{v^2}) = \sqrt[5]{u^5} + \sqrt[5]{u^2v^2} - \sqrt[5]{v^3u^3} - \sqrt[5]{v^5}$

$= \mathbf{u + \sqrt[5]{u^2v^2} - \sqrt[5]{v^3u^3} - v}$

d. $(\sqrt{2a})(\sqrt[3]{3a^2b})(\sqrt[6]{15a^3x^2})$

Para resolver este producto, se reduce a un índice común calculando el m.c.m. entre 2,3 y 6 entonces **6** es el índice común y se divide entre cada índice:

$(\sqrt{2a})(\sqrt[3]{3a^2b})(\sqrt[6]{15a^3x^2}) = (\sqrt[6]{(2a)^3})(\sqrt[6]{(3a^2b)^2})(\sqrt[6]{15a^3x^2})$

$= (\sqrt[6]{8a^3})(\sqrt[6]{9a^4b^2})(\sqrt[6]{15a^3x^2}) = \mathbf{\sqrt[6]{1080a^{10}b^2x^2}}$

Para dividir radicales es necesario distinguir dos casos:

1. Cuando los radicales tienen el mismo índice, se dividen los radicandos y se deja el mismo índice

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Ejemplo:

$\frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt[6]{16}} = \sqrt[6]{\frac{128}{16}} = \sqrt[6]{\frac{2^7}{2^4}} = \sqrt[6]{2^3} = \mathbf{\sqrt{2}}$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Como los dos radicales tienen el mismo índice lo ponemos todo en un mismo radical y con el mismo índice. Descomponemos en factores, hacemos la división de potencias con la misma base Simplificamos el radical dividiendo el índice y el exponente del radicando por 3

2. Cuando los radicales tienen distinto índice, primero se reducen a común índice y luego se dividen.

Ejemplo1:

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{4^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{(2^2)^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{2^4}{2^3}} = \sqrt[6]{2}$$

1. Primero reducimos a común índice por lo que tenemos que calcular el mínimo común múltiplo de los índices, que será el común índice. **m.c.m(3,2) = 6**

2. Dividimos el común índice **(6)** por cada uno de los índices (**3 y 2**).

$$\sqrt[6]{\frac{4^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{4^{\frac{2}{6}}}{2^{\frac{3}{6}}}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}}$$

Descomponemos el 4 en factores para poder hacer la división de potencias con la misma base es decir 2 elevado a la 2.

$$\sqrt[6]{\frac{(2^2)^2}{2^3}}$$

Multiplicamos 2 x 2 para que nos de 4.

$$\sqrt[6]{\frac{\cancel{2}^4}{\cancel{2}^3}}$$

Y así obtenemos el resultado final.

$$= \sqrt[6]{2}$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ejemplo2:
Efectúa el siguiente cociente:

$$\sqrt[3]{27x^3y^6} \div \sqrt[3]{64x^6y^9} \quad = \frac{\sqrt[3]{27x^3y^6}}{\sqrt[3]{64x^6y^9}} = \sqrt[3]{\frac{27x^3y^6}{64x^6y^9}} = \frac{3xy^2}{4x^2y^3} = \frac{3}{4xy}$$

Ejemplo3:
Efectúa:

a. $$\left(\frac{2}{3}\sqrt[3]{125x^6y^{18}}\right) \div \left(\frac{4}{5}\sqrt[3]{216x^9y^{12}}\right) \quad = \frac{\frac{2}{3}\sqrt[3]{125x^6y^{18}}}{\frac{4}{5}\sqrt[3]{216x^9y^{12}}} = \frac{\frac{2}{3}(125)^{\frac{1}{3}}\left(x^{\frac{6}{3}}\right)\left(y^{\frac{18}{3}}\right)}{\frac{4}{5}(216)^{\frac{1}{3}}\left(x^{\frac{9}{3}}\right)\left(y^{\frac{12}{3}}\right)}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}(5)(x^2)(y^6)}{\frac{4}{5}(6)(x^3)(y^4)} = \frac{\frac{10}{3}x^2y^6}{\frac{24}{5}x^3y^4} = \frac{\frac{10}{3}y^2}{\frac{24}{5}x} = \frac{50y^2}{72x} = \mathbf{\frac{25y^2}{36x}}$$

b. $$\frac{\sqrt[4]{16x^8y^{12}}}{\sqrt[5]{243x^{10}y^{15}}} = \sqrt[20]{\frac{(16x^8y^{12})^5}{(243x^{10}y^{15})^4}} = \frac{(16x^8y^{12})^{\frac{5}{20}}}{(243x^{10}y^{15})^{\frac{4}{20}}} = \frac{(16x^8y^{12})^{\frac{1}{4}}}{(243x^{10}y^{15})^{\frac{1}{5}}} = \frac{16^{\frac{1}{4}}x^{\frac{8}{4}}y^{\frac{12}{4}}}{243^{\frac{1}{5}}x^{\frac{10}{5}}y^{\frac{15}{5}}} =$$

$$\frac{2x^2y^3}{3x^2y^3} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

Ejemplo4:
Efectúa el cociente:

$$\frac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}}$$

Realizamos los mismos pasos del ejemplo anterior:

$$\frac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[6]{\frac{256^3}{16^2}} = \sqrt[6]{\frac{(2^8)^3}{(2^4)^2}} = \sqrt[6]{\frac{2^{24}}{2^8}}$$

Simplificamos el radical dividiendo por 2 el índice y el exponente del radicando, y por último extraemos factores:

$$= \sqrt[6]{2^{16}} = 2^{\frac{16}{6}} = 2^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{2^8} = \sqrt[3]{\cancel{2^3}\cancel{2^3}2^2} = \mathbf{4\sqrt[3]{4}}$$

Videos:
Antes de continuar observa los siguientes videos:

multiplicación y división de radicales de diferente índice:
https://www.youtube.com/watch?v=NuXTtcGzgMM

Radicales del mismo índice:
https://www.youtube.com/watch?v=awfaWBAAq8s

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Actividad7:

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN JUSTIFICARSE CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{2}{7}\sqrt{24}\times\frac{2}{3}\sqrt{45}\times\frac{1}{4}\sqrt{18}$

b. $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{4}\times\sqrt[3]{6}\times\sqrt[3]{1}$

c. $3\sqrt[4]{12}\times5\sqrt[4]{8}$

d. $\sqrt{\frac{3}{2}}\times\sqrt{\frac{8}{9}}\times\sqrt{\frac{6}{4}}$

e. $\frac{4}{3}\sqrt{2}\times6\sqrt{5}\times\frac{1}{3}\sqrt{4}$

f. $\sqrt[3]{15}\times2\sqrt[3]{9}\times\frac{1}{4}\sqrt[3]{45}$

g. $\sqrt{2ab}\times\sqrt{4a}\times\sqrt{6b}\times\sqrt{5}$

h. $3\sqrt{ab}\times b\sqrt{16a}\times a\sqrt{20b}\times b\sqrt{5a^2}$

i. $\sqrt[4]{a^3b^3}\times\sqrt[4]{a^5b^2}\times\sqrt[4]{a^7}$

j. $\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

k. $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{8a^4}{25}}\times\sqrt{\frac{b^6}{2}}\times\sqrt{\frac{5}{12}}$

l. $2\sqrt{3a}\times5\sqrt{6b}\times\frac{2}{3}\sqrt{2a}\times\frac{2}{20}\sqrt{10b}$

m. $\frac{3}{5}\sqrt[4]{32a^6}\times\frac{3a^3}{2}\sqrt[4]{81}\times4\sqrt[4]{625a^8}$

n. $\frac{a^3b^2}{4}\sqrt[3]{9a^7b^4}\times6a^4\sqrt[3]{81b^6}\times ab^2\sqrt[3]{a^3b^4}$

ñ. $\sqrt{3}\times\sqrt[3]{2}$

o. $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[4]{3}\times\sqrt{5}$

p. $\sqrt[3]{a^2}\times\sqrt[4]{b^3}\times\sqrt{2a}$

q. $a^3\sqrt[5]{2a^4}\times a\sqrt{3a}$

r. $\sqrt[6]{2a^5b^4}\times\sqrt[4]{3b^2}\times\sqrt[8]{ab^6}$

s. $\sqrt[6]{\frac{2}{3}a^{-5}}\times\sqrt[8]{3b^6}\times\sqrt[4]{2ab^3}\times\sqrt{\frac{1}{2}b^{-1}}$

t. $\sqrt[6]{\frac{25}{a^5b^3}}\times\sqrt[4]{\frac{12}{a^3b^2}}$

u. $3a\sqrt[3]{\frac{3}{2}a^2b}\times2b\sqrt{\frac{1}{2}b}\times\sqrt[6]{6a^5b^4}$

2. Simplifica las siguientes expresiones:

a. $\sqrt{2}\left(\sqrt{4}+\sqrt{5}\right)$

b. $\sqrt{3x}\left(\sqrt{2x}-\sqrt{6x}\right)$

c. $2\sqrt{2}\left(-4\sqrt{6}+\sqrt{3}-7\sqrt{7}\right)$

d. $\left(3\sqrt{7}-3\sqrt{5}\right)\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)$

e. $3\sqrt{2m}\left(2\sqrt{5m^3}-5\sqrt{6m^5}\right)$

f. $-\sqrt{x^3y^2z}\left(\sqrt{xy^2z^3}-\sqrt{x^2z}\right)$

g. $\left(3+\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$

h. $\left(3\sqrt{2a}-\sqrt{5b}\right)\left(\sqrt{2a}+2\sqrt{5b}\right)$

i. $\left(-3\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}\right)\left(2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}\right)$

j. $\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}n}-3\sqrt{n}\right)\left(9\sqrt{\frac{2}{3}n}+6\right)$

k. $\left(\sqrt{81a^4}-a^2\sqrt{36}\right)\left(\sqrt{2a^2}+a\sqrt{4}\right)$

l. $\left(2\sqrt{2q^3}+\sqrt{3p^4}\right)^2$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

3. Realiza las divisiones y relaciónalas con su respuesta:

a. $8\sqrt{18} \div 12\sqrt{9}$ ( ) $\sqrt[6]{x^5}$

b. $\sqrt{56x^{11}} \div \sqrt{77x^5}$ ( ) $\frac{8}{3}\sqrt[4]{\frac{x}{5y}}$

c. $\sqrt{\frac{12x^4y^9}{4y^7}}$ ( ) $x^2y\sqrt{3}$

d. $\frac{-25\sqrt[3]{54}}{30\sqrt[3]{72}}$ ( ) $\frac{2}{9}\sqrt[8]{\frac{25}{x^3y^2}}$

e. $\sqrt[3]{45x^3y^{11}} \div \sqrt[3]{63y^2}$ ( ) $6\sqrt[6]{3x^2y^2}$

f. $\frac{24\sqrt{50x^4}}{27\sqrt{24x^2}}$ ( ) $x^3\sqrt{\frac{8}{11}}$

g. $\frac{4\sqrt[8]{75x^2y^3}}{18\sqrt[8]{3x^5y^5}}$ ( ) $\frac{1}{2x^5}\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

h. $\frac{\frac{3}{2}\sqrt[6]{18x^4y^5}}{\frac{1}{4}\sqrt[6]{6x^2y^3}}$ ( ) $-\frac{5}{6}\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$

i. $\frac{\frac{x^5}{4}\sqrt[3]{64x^{-3}}}{\frac{2x^4}{3}\sqrt[3]{81x^{15}}}$ ( ) $2x - 2x^2\sqrt{2}$

j. $\sqrt[3]{8x^4} \div \sqrt{4x}$ ( ) $\frac{x^2y^4}{10}\sqrt[10]{288x^6}$

k. $\frac{\sqrt{24x^5} - \sqrt{48x^7}}{\sqrt{6x^3}}$ ( ) $\frac{3}{y}\sqrt[6]{\frac{3}{2y}}$

l. $\frac{\frac{2}{7}\sqrt[10]{81x^8y^9}}{14\sqrt[10]{21x^{-6}y^7}}$ ( ) $xy^3\sqrt[3]{\frac{5}{7}}$

m. $\frac{32\sqrt[4]{5x^3y^3}}{6\sqrt{20xy^2}}$ ( ) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

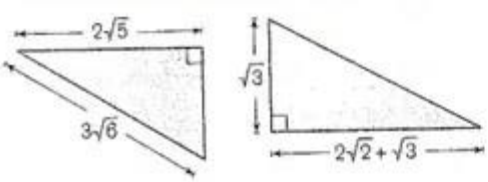
n. $\frac{6x\sqrt[3]{18x^{12}y^4}}{2x^2\sqrt{6x^6y^5}}$ ( ) $\frac{20x}{9}\sqrt{\frac{1}{3}}$

ñ. $\frac{\frac{y^3}{5}\sqrt{2x^4y^2}}{\frac{2}{x}\sqrt[5]{\frac{x^2}{3}}}$ ( ) $\frac{x}{49}\sqrt[10]{\frac{27x^4y^2}{7}}$

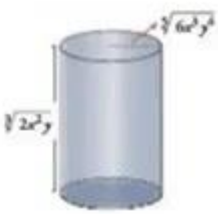
4. Resuelve las siguientes situaciones:

a. Encuentra una expresión algebraica para expresar el área del cuadrado:

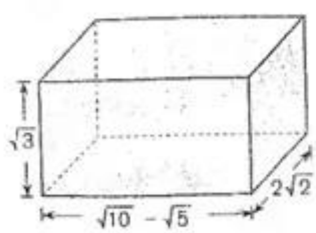
b- Calcula el área de los triángulos:

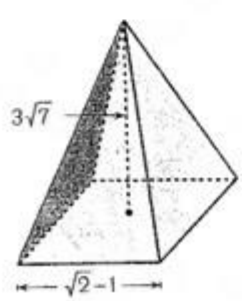


C. Determina el volumen del cilindro:



d. Determina el volumen del prisma y de la pirámide:

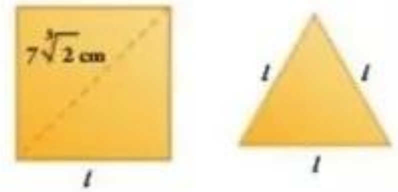




fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

e. Encuentra el área de un triángulo equilátero cuyo lado tiene la misma medida que el lado de un cuadrado, como se muestra en la figura:



6· RACIONALIZACIÓN

La racionalización de radicales consiste en quitar los radicales del denominador, lo que permite facilitar el cálculo de operaciones como la suma de fracciones.

Podemos distinguir tres casos:

Caso 1: Racionalización del tipo:

$$\frac{a}{b\sqrt{c}}$$

Se multiplica el numerador y el denominador por $\sqrt{c}$

$$\frac{a}{b\sqrt{c}} = \frac{a\sqrt{c}}{b\sqrt{c}\sqrt{c}} = \frac{a\sqrt{c}}{b(\cancel{\sqrt{c}})^{\cancel{2}}} = \frac{a\sqrt{c}}{bc}$$

Ejemplo:

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{3(\sqrt{2})^2} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{3.\cancel{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Caso 2: Racionalización del tipo $\frac{a}{b\sqrt[n]{c^m}}$

Se multiplica numerador y denominador por $\sqrt[n]{c^{n-m}}$

$$\frac{a}{b\sqrt[n]{c^m}} = \frac{a.\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b\sqrt[n]{c^m}.\sqrt[n]{c^{n-m}}} = \frac{a.\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b\sqrt[n]{c^{\cancel{m}}.c^{n-\cancel{m}}}} = \frac{a.\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b.c^{\frac{n}{n}}} = \frac{a.\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b.c}$$

Ejemplo1:

$$\frac{2}{3\sqrt[5]{4}} = \frac{2}{3\sqrt[5]{2^2}} = \frac{2.\sqrt[5]{2^3}}{3\sqrt[5]{2^2}.\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2.\sqrt[5]{2^3}}{3\sqrt[5]{2^2.2^3}} = \frac{2.\sqrt[5]{2^3}}{3.2} = \frac{\sqrt[5]{8}}{3}$$

El radicando 4 lo ponemos en forma de potencia 2^2

Tenemos que multiplicar en el numerador y denominador por la raíz quinta de $2^{5-2} = 2^3$

Multiplicamos los radicales del denominador, extraemos factores del radical y simplificamos la fracción

Ejemplo2:

$$\frac{1}{\sqrt[5]{8a^4}}=\frac{1}{\sqrt[5]{2^3a^4}}=\frac{1\left(\sqrt[5]{2^{5-3}a^{5-4}}\right)}{\left(\sqrt[5]{2^3a^4}\right)\left(\sqrt[5]{2^{5-3}a^{5-4}}\right)}=\frac{1\left(\sqrt[5]{2^2a}\right)}{\left(\sqrt[5]{2^3a^4}\right)\left(\sqrt[5]{2^2a}\right)}=\frac{\sqrt[5]{4a}}{\sqrt[5]{2^5a^5}}=\frac{\sqrt[5]{4a}}{2a}$$

Caso 3: Racionalización del tipo $\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$

Y en general cuando el denominador sea un binomio con al menos un radical.
Se multiplica el numerador y denominador por el conjugado del denominador.
El conjugado de un binomio es igual al binomio con el signo central cambiado:

$$a+b \longrightarrow a-b$$

$$-a+b \longrightarrow -a-b$$

$$a-b \longrightarrow a+b$$

$$-a-b \longrightarrow -a+b$$

También tenemos que tener en cuenta que: "**suma por diferencia es igual a diferencia de cuadrados**".

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$$

Ejemplo1:

$$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador, quitamos paréntesis en el numerador y efectuamos la suma por diferencia en el denominador, por lo que obtenemos una diferencia de cuadrados

$$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=-2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

Ejemplo2:

$$\frac{2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{6}}$$

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador, quitamos paréntesis en el numerador y efectuamos la suma por diferencia en el denominador, por lo que obtenemos una diferencia de cuadrados

$$\frac{2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}(5+2\sqrt{6})}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})} = \frac{2\sqrt{2}(5+2\sqrt{6})}{5^2-(2\sqrt{6})^2} = \frac{10\sqrt{2}+4\sqrt{12}}{25-4\cdot 6} =$$

$$10\sqrt{2}+8\sqrt{3}$$

Ejemplo3:

$$\frac{y}{\sqrt{3}+\sqrt{y}} = \frac{y(\sqrt{3}-\sqrt{y})}{(\sqrt{3}+\sqrt{y})(\sqrt{3}-\sqrt{y})}$$

$$= \frac{y(\sqrt{3}-\sqrt{y})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{y(\sqrt{3}-\sqrt{y})}{3-y}$$

Videos:

Si se te dificulta entender el tema, te invito a observar los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=2HUHWhBjDQg

https://www.youtube.com/watch?v=PI2TVst7Ibs

Actividad8:

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN JUSTIFICARSE CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Racionaliza el denominador de las siguientes expresiones:

a. $\frac{3m}{2\sqrt{m}}$

b. $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$

c. $\sqrt{\frac{8}{3x^2}}$

d. $\frac{1}{\sqrt{18}}$

e. $\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

f. $\frac{a-b}{2\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

g. $\frac{a-3}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

h. $\frac{2a+b}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

i. $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}}$

j. $\frac{2m}{\sqrt[3]{3m}}$

k. $\frac{4}{\sqrt[5]{4x^2}}$

l. $\frac{-2}{\sqrt[6]{m^3}}$

m. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

n. $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

o. $\frac{2\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-3}$

p. $\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2\sqrt{6}}$

q. $\frac{3}{\sqrt[3]{9m^4}}$

r. $\frac{2x+2}{\sqrt[4]{(x+1)}}$

s. $\frac{-1}{\sqrt[7]{4}}$

t. $\frac{3x}{\sqrt[5]{2x^3}}$

u. $\frac{8u^3v^5}{\sqrt[3]{4u^2y^2}}$

v. $6c\sqrt[3]{\frac{2ab}{9c^2}}$

w. $\frac{x-y}{\sqrt[3]{x-y}}$

x. $\sqrt{\frac{3m}{2n}}$

y. $\frac{m}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$

z. $\frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

aa. $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$

ab. $\frac{-5}{2-\sqrt{3}}$

ac. $\sqrt[4]{\frac{3y^3}{4x}}$

ad. $\sqrt{\frac{9m^5}{2n}}$

ae. $\frac{3}{5+\sqrt{3}}$

af. $\frac{4}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

ag. $\frac{a}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

ah. $\frac{-2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

2. Responde y justifica la respuesta:

a. ¿Quién es mayor?

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \text{ ó } \frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{3}$$

b. ¿Cuál expresión es mayor?

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} \text{ ó } \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$$

3. Resuelve los siguientes problemas:

a. El lado de un cuadrado mide $\frac{3}{4}\sqrt[3]{2x^2y}$ cm. Calcula:

- Su perímetro.
- La medida de su diagonal.
- El valor del área.

b. En el movimiento pendular, el periodo T está determinado por la expresión:
donde l es la longitud y g la gravedad.

- Racionaliza la expresión asociada al periodo de un péndulo.
- Halla el periodo si $l = \frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

c. La temperatura Celsius de un recipiente de vidrio, a cierta temperatura, después de t minutos es:

c. El conjugado de $1-\sqrt{x}$ es $-1+\sqrt{x}$ ¿Verdadero o falso?

d. Para racionalizar el denominador de una expresión se debe multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por un radical de forma que el radicando del numerador sea una raíz exacta ¿Verdadero o falso?

e. $5\sqrt{x} - \sqrt{y}$ es el conjugado de $5\sqrt{x} + \sqrt{y}$ ¿Verdadero o falso?

$$T_c = 15 + \frac{740}{\sqrt[5]{e^t}}$$

- Racionaliza la expresión asociada a la temperatura.
- Después de 5 minutos, ¿Qué temperatura tendrá el recipiente?

$T = 2$

d. En ciencias de la Tierra, $\frac{v_1}{v_2}$ es la relación entre la velocidad de ondas de compresión y la velocidad de ondas de corte:

$$v_1 = \sqrt{\frac{(1+2m)}{\rho}} \qquad v_2 = \sqrt{\frac{m}{\rho}}$$

¿Cuál es la expresión racionalizada y reducida de $\frac{v_1}{v_2}$?

HETEROEVALUACIÓN: La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:

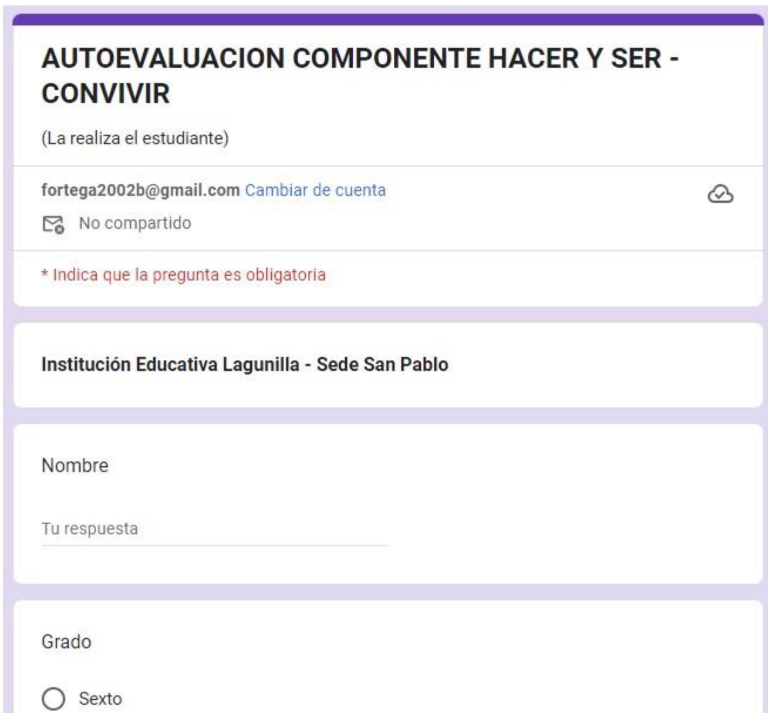
• **Saber Hacer (50%):** a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.
b. Ejercicios de Prueba.
• **Saber (25%):** a. Prueba Bimestral
• **Ser - Convivir (25%):** a. Normas de Convivencia.
b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
d. Autoevaluación y Coevaluación.

AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION: Onceava Semana del Periodo

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe8K6emBxx7juVipbyPzTOGq_10Rg7a2XDDfxaaipio4DKZTA/viewform?usp=pp_url


AUTOEVALUACION COMPONENTE HACER Y SER - CONVIVIR

(La realiza el estudiante)

fortega2002b@gmail.com Cambiar de cuenta

No compartido

* Indica que la pregunta es obligatoria

Institución Educativa Lagunilla - Sede San Pablo

Nombre

Tu respuesta

Grado

Sexto

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481