



Guía N°3 – Funciones, identidades, ecuaciones trigonométricas – Tercer Periodo

Nombre del estudiante:

Objetivo de aprendizaje	Indicadores de Evaluación
Objetivo de la Guía: Solucionar diferentes ecuaciones trigonométricas desde su perspectiva gráfica relacionándola con el mundo real.	Soluciona ecuaciones trigonométricas y las grafica.

Grado 10 - Trigonometría

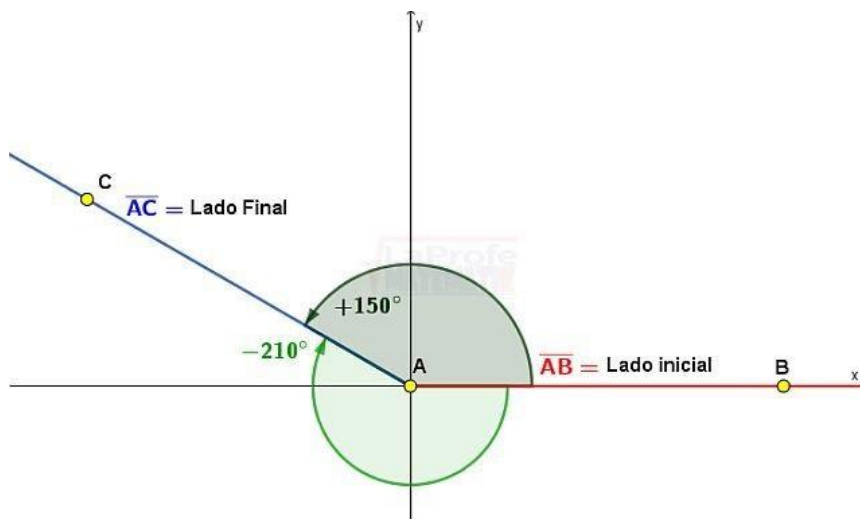
Tercer Periodo

CONOCIMIENTOS PREVIOS: ÁNGULOS

Recuerda: Si se parte del lado inicial y se gira en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj hasta llegar al lado final, se dice que la medida del ángulo es de signo positivo, pero si el giro es el mismo sentido del movimiento de las manecillas del reloj, se determina que la medida del ángulo es negativa.

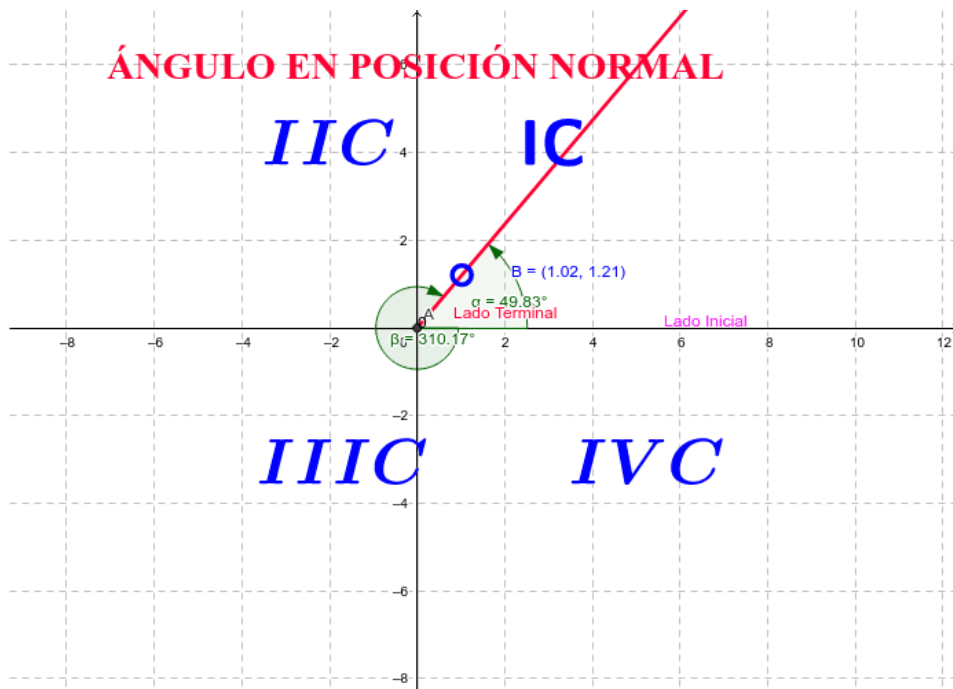


Cuando en dos ángulos coinciden su lado inicial y el lado terminal se les denomina coterminales, así como lo muestra la figura:





Cuando el ángulo se encuentra en un sistema de coordenadas y además el vértice coincide con el origen del sistema y el lado inicial coincide con el semieje positivo de x, se dice que el ángulo está en posición normal o estándar.



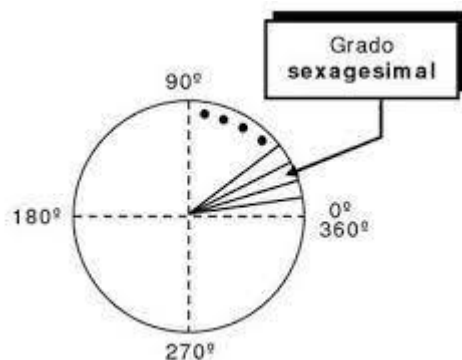
Recordemos que un ángulo es la porción de plano limitada por dos semirrectas que tienen un origen común. Las unidades que más frecuentemente se utilizan para medir ángulos son el grado y el radián.

El grado sexagesimal es la medida de cada uno de los ángulos que resultan al dividir la circunferencia en 360 partes iguales.

El grado tiene dos submúltiplos:

- El minuto, que equivale a la sexagésima parte del grado ($1^\circ = 60'$)
- El segundo, que equivale a la sexagésima parte del minuto ($1' = 60''$).

Por tanto: $1^\circ = 60' = 3.600''$



• SISTEMA SEXAGESIMAL (SISTEMA INGLÉS)

GRADO, 1° MINUTO, 1' SEGUNDO, 1''

EQUIVALENCIAS

1° = 60' 1' = 60'' 1° = 3600''

1vuelta = 360°



Un grado sexagesimal se puede expresar en forma decimal o en forma de grados minutos y segundos, veamos ejemplos de dichas formas

Convirtamos $38^{\circ}8'43''$ a forma decimal

Recordemos que $1^{\circ}=60'$ es decir $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}$

$$1^{\circ}=3600'' \text{ es decir } 1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^{\circ}$$

Entonces

$$38^{\circ}8'43'' = 38^{\circ} + 8 \times 1' + 43 \times 1''$$

$$38^{\circ}8'43'' = 38^{\circ} + 8 \times \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ} + 43 \times \left(\frac{1}{3600}\right)^{\circ}$$

$$38^{\circ}8'43'' = 38^{\circ} + \left(\frac{8}{60}\right)^{\circ} + \left(\frac{43}{3600}\right)^{\circ}$$

$$38^{\circ}8'43'' \approx 38^{\circ} + 0,133^{\circ} + 0,011^{\circ}$$

$$38^{\circ}8'43'' \approx 38,144^{\circ}$$

Ahora convirtamos $25,341^{\circ}$ a forma de grados, minutos y segundos

$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 0,341^{\circ}$$

$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 0,341 \times 1^{\circ}$$

$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 0,341 \times 60'$$

$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 20,46'$$

$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 20' + 0,46'$$

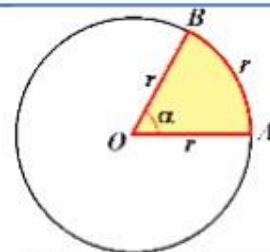
$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 20' + 0,46 \times 1'$$

$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 20' + 0,46 \times 60''$$

$$25,341^{\circ} = 25^{\circ} + 20' + 27,6'' = 25^{\circ}20'27,6''$$

Radianes:

El **radián** es el ángulo plano que teniendo su vértice en el centro de un círculo, intercepta sobre la circunferencia de ese círculo un arco de longitud igual al radio. Es decir, un radián es la medida de un ángulo central cuyo arco mide un radio. Su símbolo es rad.



Si α mide un radián, el arco AB mide un radio.



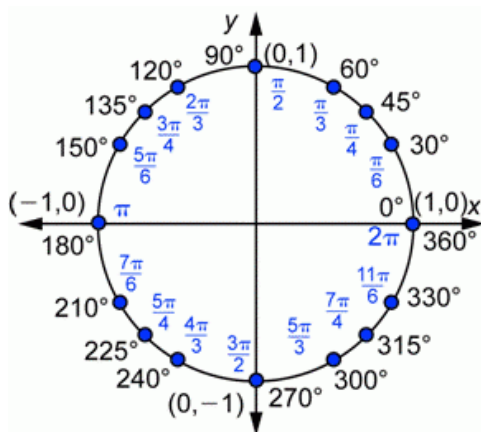
El radián es independiente del radio de la circunferencia:

1. Si el radio de la circunferencia es 2 cm, el arco correspondiente al radián mide 2 cm.
2. Si el radio de otra circunferencia concéntrica es 4 cm, el arco correspondiente al radián medirá 4 cm.

Los sectores son semejantes y, por tanto, el ángulo central igual. El ángulo completo, 360° , abarca toda la circunferencia, luego su media es 2π radianes, que es precisamente la medida de la circunferencia cuando se toma como unidad el radio. Por tanto, para pasar de grados a radianes, o al revés, basta con recordar que 360° grados = 2π radianes, y con una sencilla regla de tres es suficiente:

$$\frac{a}{360^\circ} = \frac{n}{2\pi \text{ rad}}$$

Donde a es la amplitud en grados y n es radianes.



Ejemplo1: Veamos el manejo de la fórmula para convertir 243° a radianes:

Como el ángulo es sexagesimal entonces $a = 243^\circ$ y debemos encontrar a n

Utilizamos la formula de la siguiente manera

$$\frac{a}{360^\circ} = \frac{n}{2\pi \text{ rad}} \rightarrow \frac{243^\circ}{360^\circ} = \frac{n}{2\pi \text{ rad}}$$

$$\frac{27}{40} = \frac{n}{2\pi \text{ rad}}$$

$$\frac{27 \times 2\pi \text{ rad}}{40} = n \rightarrow \frac{54\pi \text{ rad}}{40} = n$$

$$\frac{27}{20} \pi \text{ rad} = n$$



Ejemplo2:

◇ Convertir $\frac{2}{3}\pi \text{ rad}$ a grados sexagesimal

Solución

Como el ángulo dado es en radianes entonces $n = \frac{2}{3}\pi \text{ rad}$ y debemos hallar la letra **a**, utilizando la formula:

$$\frac{a}{360^\circ} = \frac{n}{2\pi \text{ rad}} \rightarrow \frac{a}{360^\circ} = \frac{\frac{2}{3}\pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}}$$

$$\frac{a}{360^\circ} = \frac{2}{6}$$

$$a = \frac{2 \times 360^\circ}{6} = 120^\circ$$

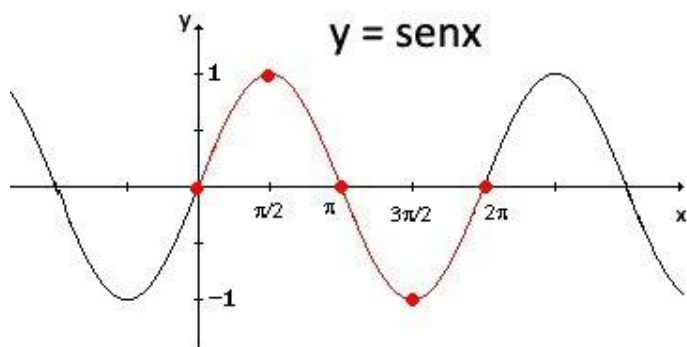
$$\frac{2}{3}\pi \text{ rad} = 120^\circ$$

Ejercicios 1:

De acuerdo a la fórmula de conversión, desarrolla los ejercicios que se encuentran en el siguiente enlace: <https://www.liveworksheets.com/w/es/matematicas/714331>

Cópalos en tu cuaderno y preséntalos al docente.

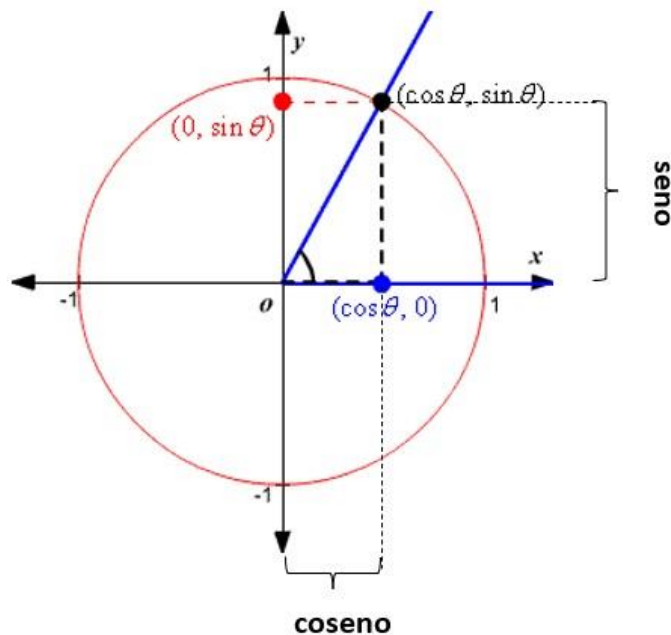
FUNCIÓN SENO - COSENO



es una función periódica que es muy importante en trigonometría.

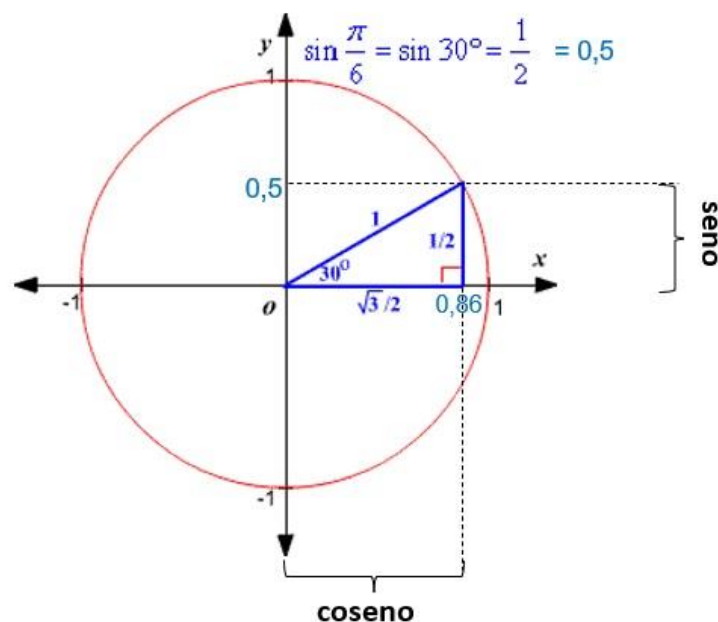


La forma más simple de entender la función seno es usar la unidad círculo. Para una medida de ángulo dado ϑ , dibuje una unidad círculo en el plano coordenado y dibuje el ángulo centrado al origen, con un lado en el eje positivo de las X. La coordenada en Y del punto donde el otro lado del ángulo intersecta al círculo es $\sin \vartheta$, y la coordenada en x es $\cos \vartheta$.



Ejemplo: Para que entiendas lo que acabo de decir voy a darte el siguiente ejemplo:

Hallar el seno y coseno de 30°





Nos damos cuenta que el seno de 30° es 0,8 que se ubica sobre el eje de las Y y el coseno de 30° es 0,86 que se ubica sobre el eje de las X, el radio es unitario es decir igual a 1.

Nota: las funciones trigonométricas se trabajan en radianes ya que sus resultados son datos de los números reales y no en grados, se toma acá en grados para una mayor comprensión de los ejercicios.

El dominio de la función $y = \sin X$, son todos los números reales. En la siguiente tabla listamos algunos pares ordenados de dicha función. Nótese que los valores del dominio (x) están expresado en radianes y son ángulos especiales del I y II cuadrante de tal forma que los valores correspondientes de la imagen (y) son fáciles de calcular:

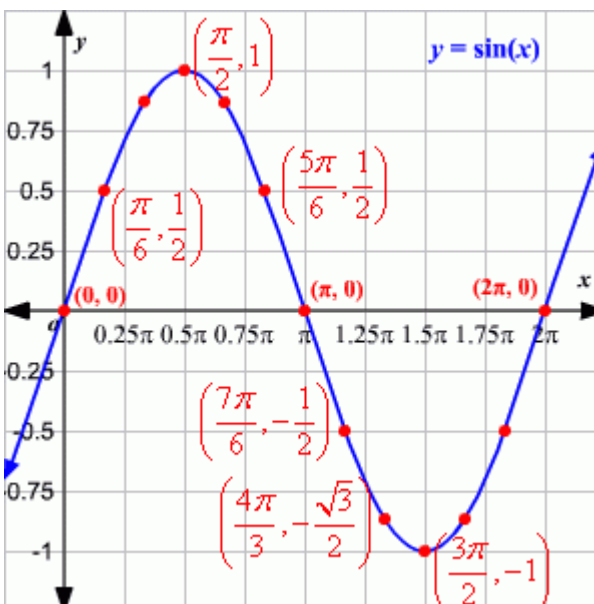
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$y = \sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

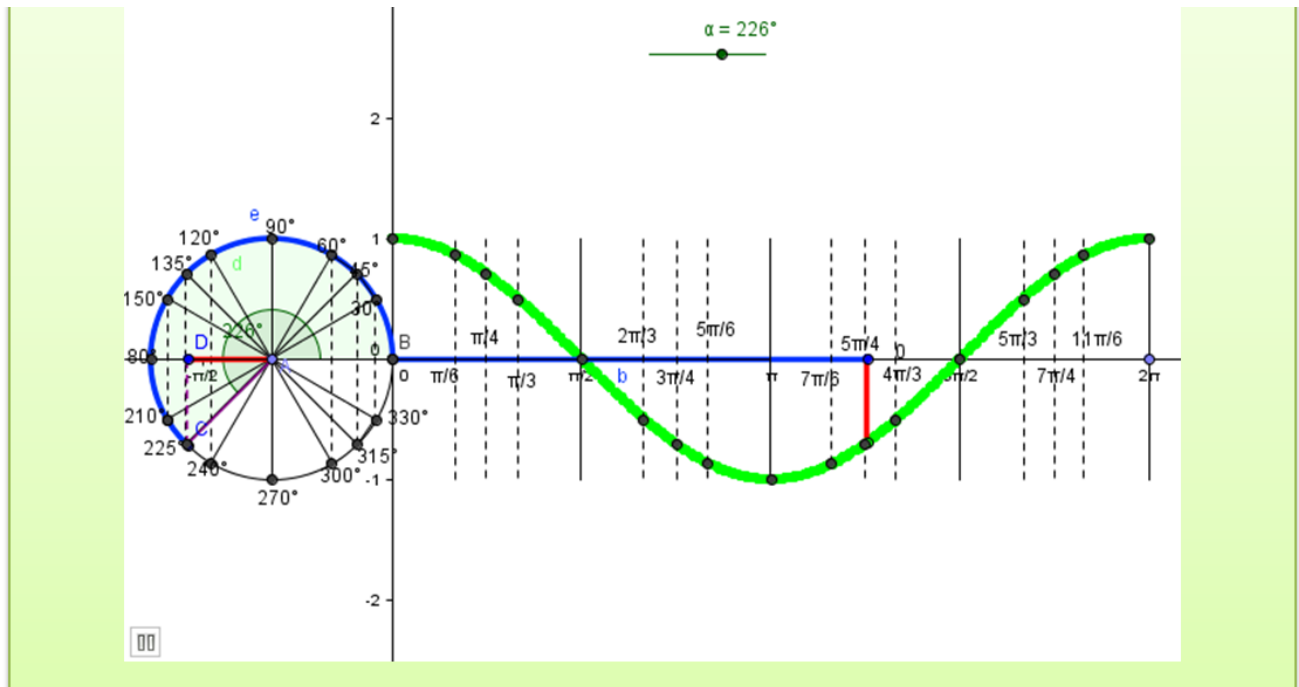
Ejercicio2: La mitad del grado va a dibujar la función seno en papel milimetrado, para realizar el ejercicio debes tener los siguientes elementos: Papel milimetrado, regla, transportador, curvígrafo, lápiz y borrador. La otra mitad del salón dibuja la función coseno, debe ser comparado en pareja el resultado y luego entregado al docente para su respectiva nota.

Para su elaboración vamos a observar el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=IOz5tIoV3ko&t=178s>

Acá te doy una pequeña ayuda:





ELEMENTOS DE ANALISIS:

1. DOMINIO: el dominio es el conjunto de valores que puede tomar las variables (x) en el caso de la función $F(x) = \text{seno}(x)$ es el conjunto de valores que toma el ángulo, es decir el conjunto de números reales $\mathbb{R}$, ya que al ángulo se le puede dar cualquier valor real.
2. CODOMINIO: Son los valores de $\text{SEN}(X)$ que están en el intervalo $[-1,1]$
3. PUNTOS MAXIMOS; el punto máximo se encuentra en $(\pi/2, 1)$
4. PUNTO MINIMO: el punto mínimo se encuentra en $(3\pi/2, -1)$
5. CEROS DE LA FUNCION; Se encuentran para $\text{SEN}(X) = 0$ es decir, para $x=0, \pi, 2\pi$
6. MONOTONIA; Intervalos donde crece o decrece; la función seno es creciente en el intervalo $(0, \pi/2)$ y $(3\pi/2, 2\pi)$ Decrece en el intervalo $(\pi/2, 3\pi/2)$.
7. La función $F(x) = \text{SEN}(X)$ es impar significa que $\text{SEN}(-X) = -\text{SEN}(X)$. Es decir que su grafica no se altera luego de una rotación de $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.
8. SIMETRIA; es una función simétrica respecto del origen, esto significa que se refleja a lado del origen, como consecuencia por ser impar.



9. PERIODO; Es el valor de X a partir del cual se repiten los valores de $F(X)$, en el caso de $\text{SENO}(X)$ el periodo es $2\pi = 360^\circ$.

10. CONTINUIDAD; Se refiere a que todos los valores del dominio tienen una imagen en el codominio, por lo tanto, la gráfica no presenta rupturas ni huecos, es una línea continua.

11. AMPLITUD; es la distancia vertical entre el eje x y el punto máximo de la función, en el caso de $F(X) = \text{SEN } X$ la amplitud es 1. Para determinar la amplitud de cualquier función $A = (\text{valor máximo} - \text{valor mínimo}) / 2$

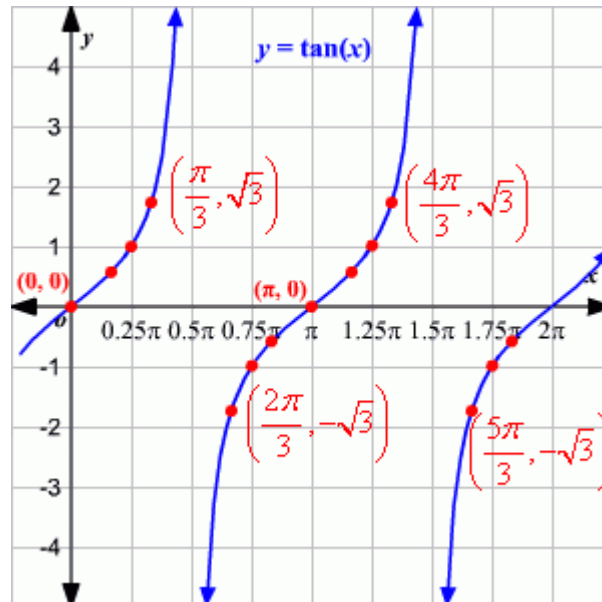
Ejercicio 3: Observe la gráfica que construyo usted o sus compañeros y complete los siguientes enunciados respecto de la función $f(x) = \text{Cos } x$

- a. DOMINIO:
- b. CODOMINIO:
- c. PUNTOS MAXIMOS:
- d. PUNTOS MINIMOS:
- e. CEROS DE LA FUNCION:
- f. MONOTONIA:
- g. SIMETRIA:
- h. CONTINUIDAD:



FUNCIÓN TANGENTE - COTANGENTE

Función Tangente:



$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
y	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	N.D.	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	N.D.	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

ANÁLISIS DE LA GRÁFICA:

1. DOMINIO: Números reales menos los múltiplos impares de $\pi/2$ es decir, $\mathbb{R} - \{(2n+1)\pi/2\}$
2. CODOMINIO: Los números reales $\mathbb{R}$
3. La función $F(x) = \operatorname{tg} x$ no tiene valores máximos ni mínimos, es decir no es acotada.
4. Los ceros de la función $\operatorname{tg}(x)$ se presentan en $0, \pi, 2\pi$.
5. La función $\operatorname{tg}(x)$ es una función periódica y su periodo es π , ya que después de se repiten sus valores.



6. La función $\text{tg}(x)$ es una función impar pues se cumple $\text{tg}(-X) = -\text{tg}(X)$
7. Es una función discontinua ya que no está definida ND en $\pi/2, 3\pi/2$
8. Presenta asíntotas verticales en todos los múltiplos de $\pi/2$ (Una asíntota es una recta que pasa por el punto donde se rompe la gráfica)
9. MONOTONIA: la función $\text{tg}(X)$ es estrictamente creciente en todo su dominio.

Función cotangente:

Ejercicio 4:

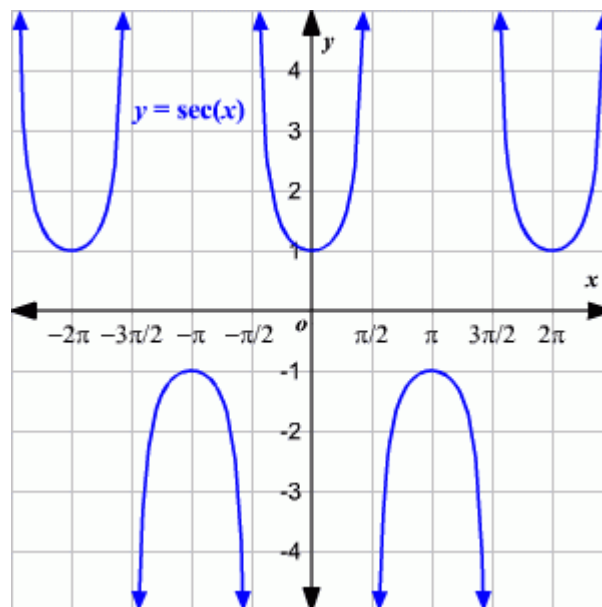
1. Bajo las mismas consideraciones, utilizando los mismos ángulos de la tabla anterior, realice la tabla para $y = \text{Ctg}(X)$.
2. A partir de la tabla anterior construya la gráfica de $Y = \text{Ctg}(X)$
3. Analice la gráfica siguiendo el orden utilizado en la gráfica de $\text{tg}(X)$
4. Utilice las gráficas de las funciones tangente y cotangente para hallar los valores que hacen verdaderas las siguientes igualdades
 - a. $\text{tg}(X) = 1$ entonces $X =$ _____
 - b. $\text{tg}(X) = 0$ entonces $X =$ _____
 - c. $\text{tg}(X) = \sqrt{3}$ entonces $X =$ _____
 - d. $\text{Ctg}(X) = -1$ entonces $X =$ _____
 - e. $\text{Ctg}(X) = 1$ entonces $X =$ _____
 - f. $\text{Ctg}(X) = 3/\sqrt{3}$ entonces $X =$ _____
 - g. $\text{Tg}(X) = \text{ND}$ entonces $X =$ _____
 - h. $\text{Ctg}(X) = \text{ND}$ entonces $X =$ _____
5. Determine los signos de la función $F(X) = \text{Ctg}(X)$ en los cuatro cuadrantes.
6. ¿Qué sucede con la gráfica de la función tangente cuando el valor de coseno es cero?



7. ¿Qué sucede con la gráfica de la función Cotangente cuando el valor de seno es cero?
8. ¿Qué sucede con la gráfica de la función tangente cuando el valor de seno es cero?
9. ¿Qué sucede con la gráfica de la función Cotangente cuando el valor de coseno es cero?
10. ¿Por qué la función cotangente tiene periodo π , si las funciones seno y coseno tienen periodo 2π ?

FUNCIÓN SECANTE - COSECANTE

Función secante:



$$f(x) = \sec x$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
y	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	N.D.	-2	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	N.D.	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1

Ejercicio 5:

1. Construya la tabla, la gráfica y efectué el análisis de la función $F(X) = \sec(X)$



2. A partir de la gráfica de la función cosecante en el intervalo $(-\pi, \pi)$, halle los valores de X que hacen verdaderas las siguientes igualdades.

- a. $\text{Csc } X = 1$ entonces $X =$ _____
- b. $\text{Csc } X = -1$ entonces $X =$ _____
- c. $\text{Csc } X = \sqrt{2}$ entonces $X =$ _____
- d. $\text{Csc } X = \text{ND}$ entonces $X =$ _____
- e. $\text{Csc } X < 0$ entonces $X =$ _____

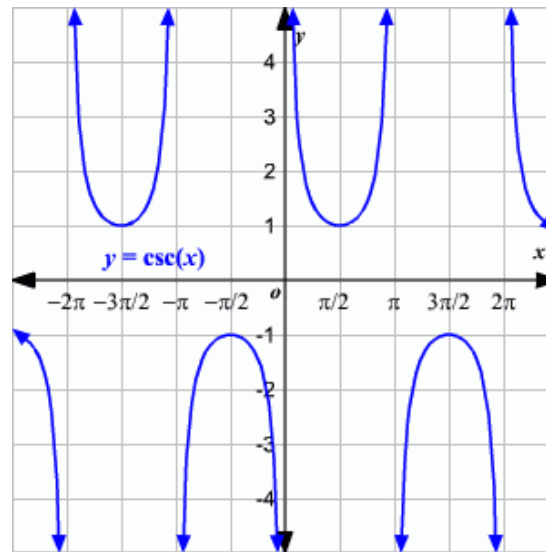
3. A partir de la gráfica de la función Secante en el intervalo $(-\pi, \pi)$, halle los valores de X que hacen verdaderas las siguientes igualdades.

- a. $\text{Sec } X = 1$ entonces $X =$ _____
- b. $\text{Sec } X = -1$ entonces $X =$ _____
- c. $\text{Sec } X = \sqrt{2}$ entonces $X =$ _____
- d. $\text{Sec } X = \text{ND}$ entonces $X =$ _____
- e. $\text{Sec } X < 0$ entonces $X =$ _____

4. Determine si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F). Justifique su respuesta.

- a. Dominio de $F(X) = \text{Csc } X$ es $\mathbb{R}$
- b. Dominio de $Y = \text{Sec } (X)$ es $\mathbb{R}$
- c. La ecuación $\text{Sec } (X) = 0$ no tiene solución
- d. La ecuación $\text{Csc } (X) = 0$ no tiene solución
- e. La ecuación $\text{CSc } (X) = 1$ no tiene solución
- f. El signo de la función $F(X) = \text{Sec } X$ depende del signo de la función seno en cada cuadrante

Función cosecante:



$$f(x) = \operatorname{cosec} x$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
y	N.D.	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	N.D.	-2	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	N.D.

Ejercicio 6:

COMPLETE EL ANALISIS:

1. DOMINIO: $\mathbb{R} - \{n\pi\}$
2. CODOMINO: _____
3. MONOTONIA _____
4. CEROS DE LA FUNCION _____
5. PERIODO _____
6. La función $F(X) = \operatorname{Csc}(X)$ es impar porque _____
7. La función $F(X) = \operatorname{Csc}(X)$ no es acotada porque _____
8. Las asíntotas de la función están en $X = 0, \pi, 2\pi, \dots$ porque _____



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

✓ Resumen de Fórmulas

Identidades Fundamentales

Pitagóricas:

$$\text{Sen}^2 x + \text{Cos}^2 x = 1$$

$$\text{Tg}^2 x + 1 = \text{Sec}^2 x$$

$$\text{Ctg}^2 x + 1 = \text{Ctg}^2 x$$

Por Cociente:

$$\text{Tgx} = \frac{\text{Sen}x}{\text{Cos}x}$$

$$\text{Ctg}x = \frac{\text{Cos}x}{\text{Sen}x}$$

Recíprocas:

$$\text{Sen}x \cdot \text{Csc}x = 1$$

$$\text{Cos}x \cdot \text{Sec}x = 1$$

$$\text{Tgx} \cdot \text{Ctg}x = 1$$

Conocimientos previos:

- $a^2 + b^2 = h^2$ teorema de Pitágoras.
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Cuadrado de la suma (trinomio cuadrado perfecto).

UNA IDENTIDAD ES UNA IGUALDAD QUE SE CUMPLE PARA TODOS LOS VALORES DE LA VARIABLE O INCOGNITA

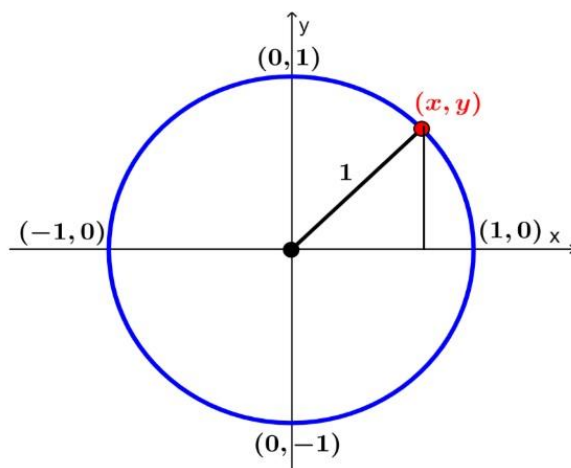
Ahora se estudian las identidades trigonométricas que son transformaciones de expresiones trigonométricas, a este proceso se llama demostración de una identidad. Demostrar una identidad significa transformar uno de los miembros de la igualdad hasta encontrar el otro, por medio de procesos sencillos como las operaciones básicas, factorización o simple sustitución de identidades básicas

1. Identidad fundamental:

$$\text{Sen}^2 (\alpha) + \text{Cos}^2 (\alpha) = 1$$



A partir del teorema de Pitágoras en el círculo unitario podemos demostrar esta identidad.



$$x^2 + y^2 = 1$$

Recuerda que por el teorema de Pitágoras el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de sus otros 2 catetos, esto ya se vio en periodos pasados, te invito a recordarlo a través del siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=eTEBvBlz8Ok>

$x = \cos \alpha$; $y = \sin \alpha$, de acuerdo a lo visto en el capítulo de la función seno y coseno, entonces:

$$\sin^2 (\alpha) + \cos^2 (\alpha) = 1$$

2. Identidades trigonométricas auxiliares:

Adicionalmente a las identidades fundamentales, se establecen una serie de relaciones adicionales que se demuestran a partir de la primera. Van a destacar las siguientes relaciones:

1. $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \sec x \csc x$
2. $\sec^2 x + \csc^2 x = \sec^2 x \csc^2 x$
3. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$
4. $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$



PASOS PARA DEMOSTRAR UNA IDENTIDAD

Aunque no existe una regla exacta que permita demostrar todas las identidades, hay algunas recomendaciones que siguiéndolas muy seguramente obtendrá un resultado positivo.

1. Inicie la demostración transformando el lado de la igualdad o miembro que permite mas operaciones, puede ser que parezca el más complejo.
2. Si es posible siempre busque expresar en términos de seno y coseno.
3. Utilizar formulas e identidades fundamentales, así como operaciones y factorizaciones básicas.
4. Tenga en cuenta la utilización de signos de agrupación si los hay.
5. Utilice los procesos correctos para efectuar operaciones con fracciones si es necesario.

Ejemplos:

1. Demostrar la siguiente identidad: $\text{tg}(X) \cdot \cos(X) = \text{sen}(X)$

- Vamos a transformar el miembro del lado izquierdo $\text{tg}(x) \cdot \cos(x)$ en términos de seno y coseno

Como $\text{tg}(X) = \text{sen}(X) / \cos(X)$ entonces tenemos
 $[\text{Sen}(X) / \cancel{\cos(X)}] \cdot \cancel{\cos(X)} = \text{sen}(X)$

2. $\frac{\text{Ctg}(X) \cdot \text{sen}(X) + \cos(X)}{\text{sen}(X)} = 2\text{Ctg}(x)$

- Debemos desarrollar el miembro de la igualdad que permite mayor número de transformaciones

$$\frac{\text{Ctg}(X) \cdot \text{sen}(X) + \cos(X)}{\text{sen}(X)} = \frac{[\cancel{\cos(X) / \text{sen}(X)}] \cdot \cancel{\text{sen}(X)} + \cos(X)}{\text{Sen}(X)} = \frac{\cos(X) + \cos(X)}{\text{Sen}(X)}$$

Ejercicio 7:

1. Simplifique cada una de las siguientes expresiones:

- | | |
|---|--|
| a. $\text{Sen}(x) \cdot \text{tg}(x) \cdot \text{Csc}^2(x)$ | d. $\cos(x) \cdot \text{Tg}^2(x) \cdot \text{Ctg}^2(x)$ |
| b. $\text{Tg}(x) \cdot \text{Ctg}(x) \cdot \text{Csc}(x)$ | e. $\text{Csc}^2(x) \cdot \cos^2(x) \cdot \text{Ctg}^2(x)$ |
| c. $\text{Csc}^2(x) \cdot \text{tg}(x) \cdot \text{Sec}(x)$ | f. $\text{Csc}^2(x) \cdot \text{sen}(x) \cdot \text{Sec}^2(x) \cdot \cos(x)$ |

2. Escriba en términos de seno y coseno las siguientes expresiones:



- a. $\text{Sen}(x) \cdot \text{tg}(x) \cdot \text{Csc}^2(x)$ d. $\text{Cos}(x) \cdot \text{Tg}^2(x) \cdot \text{Ctg}^2(x)$
b. $\text{Tg}(x) \cdot \text{Ctg}(x) \cdot \text{Csc}(x)$ e. $\text{Csc}^2(x) \cdot \text{Cos}^2(x) \cdot \text{Ctg}^2(x)$
c. $\text{Csc}^2(x) \cdot \text{tg}(x) \cdot \text{Sec}(x)$ f. $\text{Csc}^2(x) \cdot \text{sen}(x) \cdot \text{Sec}^2(x) \cdot \text{Cos}(x)$

3. Efectúe las operaciones indicadas;

A. Si: $\text{sen}x \cos x = \frac{1}{4}$
 $E = \text{tg}x + \text{ctg}x$

- a) 2 b) 4 c) 8 d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

B. Si: $\text{sen}x \cdot \cos x = \frac{1}{3}$ obtener: $E = \text{sec}^2x + \text{csc}^2x$

- a) 1 b) 3 c) 6 d) 9 e) 12

4. Verifique con la demostración si las siguientes igualdades son identidades.

A. $\text{sec}x \csc x - \text{ctg}x = \text{tg}x$

B. $\text{sec}^2x \csc^2x - \text{sec}^2x = \csc^2x$

C. $1 - \text{sen}^4x - \cos^4x = 2\text{sen}^2x \cos^2x$

D. $1 - \text{sen}^6x - \cos^6x = 3\text{sen}^2x \cos^2x$

E. $\text{sec}^2x + \csc^2x = (\text{tg}x + \text{ctg}x)^2$

F. $\cos^2x(\text{sec}^2x + \csc^2x) = \csc^2x$

G. $\text{sen}^2x(\text{tg}x + \text{ctg}x) = \text{tg}x$

H. $\cos^2x(\text{tg}x + \text{ctg}x) = \text{ctg}x$

I. $(\text{sen}^2x - \cos^2x)^2 = 1 - 4\text{sen}^2x \cos^2x$



ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

UNA ECUACION TRIGONOMETRICA ES UNA IGUALDAD QUE INVOLUCRA COMO VARIABLE UNA FUNCION TRIGONOMETRICA. Significa que la solución de la ecuación debe ser el valor del ángulo que hace verdadera dicha igualdad.

Teniendo en cuenta que las funciones trigonométricas son periódicas, la solución es el conjunto de valores que satisfacen la igualdad inicial.

EJEMPLO1:

Resolver la ecuación $\text{Sen}(x) + 1 = 0$

Iniciamos haciendo el despeje de la ecuación como normalmente se hace $\text{Sen}(x) = -1$ y luego buscamos el valor del ángulo X para el cual el valor de $\text{Sen}(X)$ es -1 , si miramos la gráfica o la tabla vemos que el ángulo $X = 270^\circ$ satisface la ecuación:

$$\text{Sen}(270^\circ) = -1$$

Ejercicio 8:

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

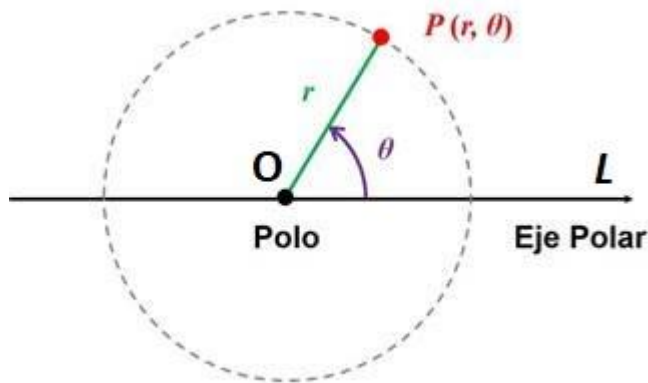
- $2 \cos(x) + 1 = 0$
- $\text{Tg}^2(x) + 2 = 0$
- $4 \cos(\alpha) - 2 = 0$
- $\sec^2(\alpha) - 4 = 0$
- $2 \cos(\beta) = \sqrt{3}$
- $2 \csc(x) = -1$
- $\cos^3(A) + \cos(A) = 0$
- $4 \cos^4(x) - 2 = 0$

COORDENADAS POLARES

Antes de continuar con la explicación del tema te invito a observar el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=TfdUFNrpKWg>

Son un sistema de coordenadas bidimensional en el que cada punto del plano se determina por una distancia (r) y un ángulo (θ). Este sistema es ampliamente utilizado en física y trigonometría.

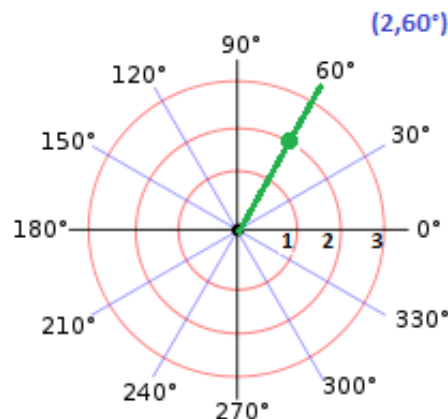


De manera más precisa, como sistema de referencia se toma: (a) un punto O del plano, al que se llama *origen* o **polo**; y (b) una recta dirigida (o **rayo**, o segmento OL) que pasa por O , llamada **eje polar** (equivalente al eje x del sistema cartesiano). Con este sistema de referencia y una unidad de medida métrica (para poder asignar distancias entre cada par de puntos del plano), todo punto P del plano corresponde a un par ordenado (r, θ) donde r es la distancia de P al *origen* y θ es el ángulo formado entre el eje polar y la recta dirigida OP que va de O a P . El valor θ crece en sentido antihorario y decrece en sentido horario. La distancia r ($r \geq 0$) se conoce como la «coordenada radial» o «radio vector», mientras que el ángulo es la «coordenada angular» o «ángulo polar».

En el caso del origen, O , el valor de r es cero, pero el valor de θ es indefinido. En ocasiones se adopta la convención de representar el origen por $(0,0^\circ)$.

Ejemplo1:

Halla la coordenada polar $(2,60^\circ)$. En este caso nos vamos ayudar por círculos de uno en uno y grados de 30 en 30. Su resultado es el siguiente:

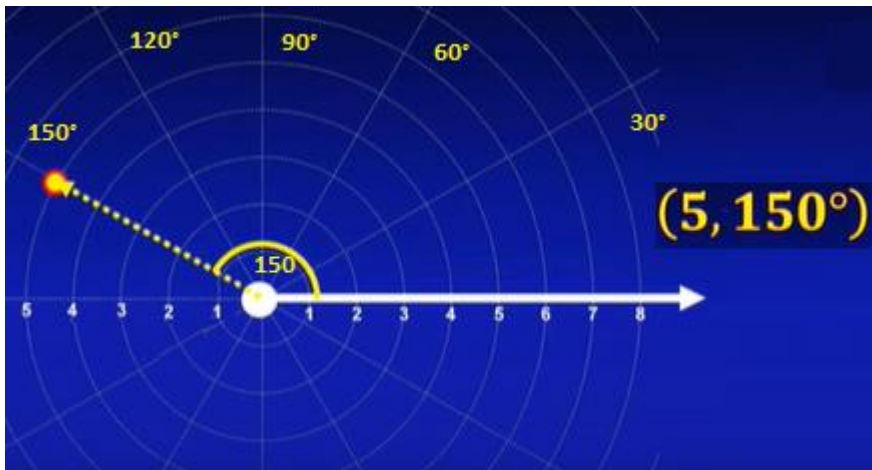




Ejemplo2:

Halla la coordenada polar $(5, 150^\circ)$.

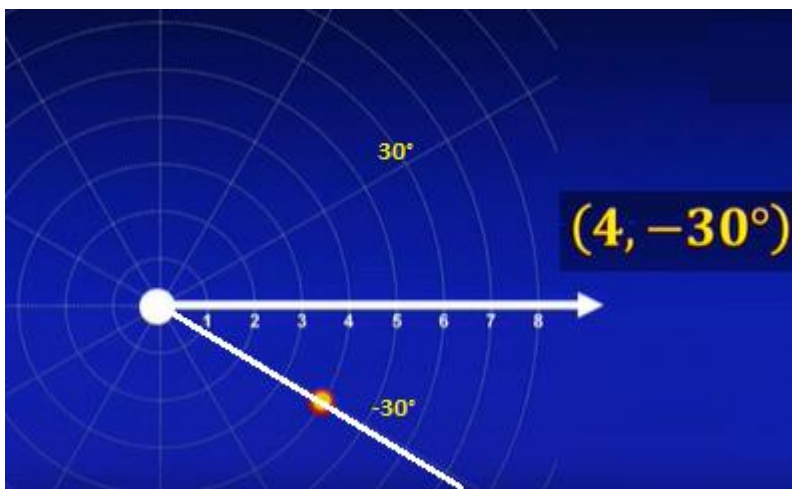
Ten en cuenta que la distancia r no es negativa, el que puede ser negativo es el radio:



Ejemplo3:

Halla la coordenada polar $(4, -30^\circ)$.

Recuerda que los ángulos negativos son los que van en la dirección de las manecillas del reloj, es decir hacia la derecha.

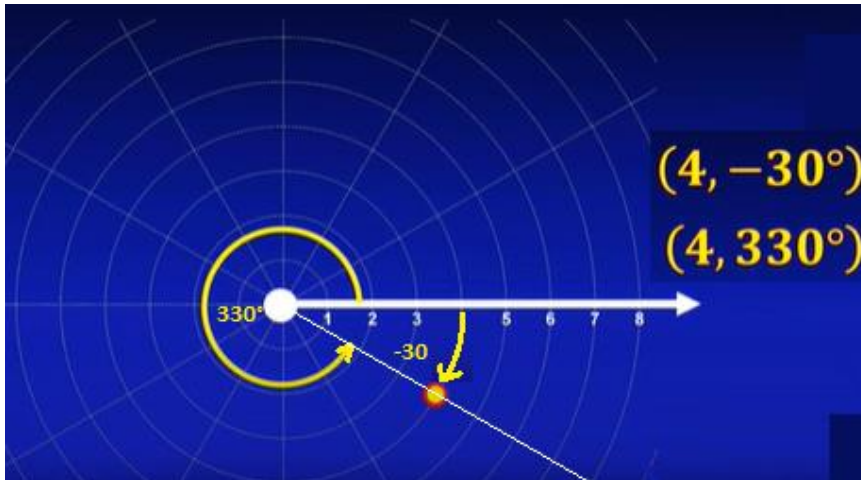


Ejemplo4:

Halla la coordenada polar $(4, 330^\circ)$.



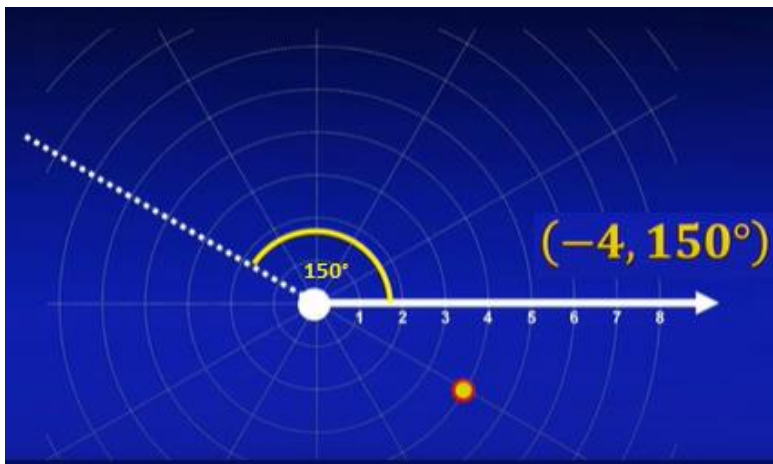
Un mismo punto tiene infinitas coordenadas polares, en este ejemplo es igual el punto $(4, -30^\circ)$ y $(4, 330^\circ)$.



Nota: La única forma en que r sea negativa en una coordenada polar es cuando ya se ha determinado un ÁNGULO y el punto dado es contrario al rayo o r .

Ejemplo5:

Halla la coordenada polar $(-4, 150^\circ)$.



Ejercicio 9:

Dibujar en papel milimetrado o en el cuaderno las siguientes coordenadas polares:



a) $(3, 120^\circ)$

b) $(2, \pi)$

c) $(\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$

d) $(1, -\frac{\pi}{3})$

e) $(2, \frac{3\pi}{4})$

HETEROEVALUACIÓN: La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:

- Saber Hacer (50%):
 - a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.
 - b. Ejercicios de Prueba.
- Saber (25%):
 - a. Prueba Bimestral
- Ser - Convivir (25%):
 - a. Normas de Convivencia.
 - b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
 - c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
 - d. Autoevaluación y Coevaluación.

AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION:

Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe8K6emBxx7juVipbyPzTOGq_10Rg7a2XDDfxaaipio4DKZTA/viewform?usp=pp_url

AUTOEVALUACION COMPONENTE HACER Y SER - CONVIVIR
(La realiza el estudiante)

fortega2002b@gmail.com

Cambiar de cuenta

No compartido

* Indica que la pregunta es obligatoria

Institución Educativa Lagunilla - Sede San Pablo

Nombre

Tu respuesta

Grado

☐ Sexto