Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Lenguaje algebraico, Monomios (suma, resta, multiplicación y división de monomios) Polinomios (suma, resta, multiplicación y división de polinomios), Productos y cocientes notables.

Segundo Periodo - Matemáticas

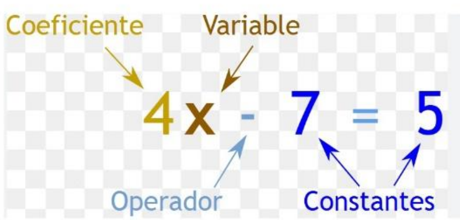
Nombre del estudiante:

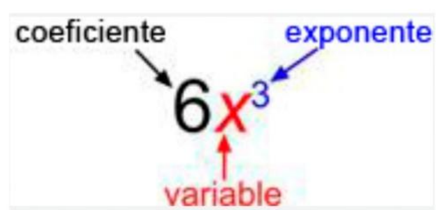
Objetivo de aprendizaje	Indicadores de Evaluación
Objetivo de la Guía: Comprender y traducir situaciones del entorno al lenguaje algebraico, desarrollando la capacidad de operar correctamente con monomios y polinomios (suma, resta y multiplicación) para resolver problemas matemáticos y geométricos	"Traduce correctamente enunciados del lenguaje natural al algebraico, e identifica y opera (suma, resta y multiplicación) monomios y polinomios aplicando la reducción de términos semejantes".

Lenguaje Algebraico

El lenguaje algebraico expresa la información matemática mediante letras y números.
Así, **x+2** es una expresión algebraica formada por la letra **x**, el signo **+** y el número **2**. Esta expresión algebraica puede leerse como un número más dos.

Estos son los nombres de las expresiones matemáticas:



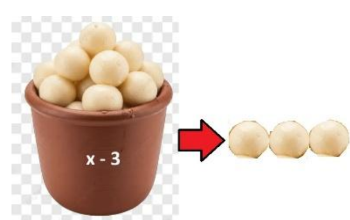


$$\frac{1X^1}{1}$$

Cuando una variable no tiene coeficiente, por default se sobre entiende que es uno, lo mismo pasa con los exponentes y con el denominador de un número o una variable como lo muestra la gráfica:

Ejemplos:

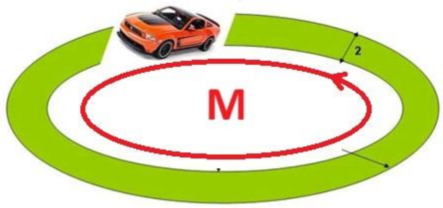
1. Extraemos 3 bolas de una vasija que contiene x bolas. La expresión algebraica que da el número de bolas que quedan es **x – 3**.



2. Un coche da 3 vueltas a un circuito de longitud **M** kilómetros. La expresión algebraica que indica el espacio que recorre es **3M**.

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA



3 Vueltas = 3M

Como hemos visto el lenguaje algebraico permite expresar operaciones con números desconocidos.

Así, se puede representar la suma de dos números como **x+y** el triple de la suma de dos números como **3(x+y)**. De esta forma se realiza una traducción de enunciados a lenguaje algebraico.

Más ejemplos con enunciados:

1. Si la edad de Juan es **X** y Lola tiene el triple de la edad de Juan más cuatro años, se puede expresar la edad de Lola como **3x+4** y si Pedro tiene el doble de la edad de Lola, se puede expresar la edad de Pedro como **2(3x+4)**.

Edad de Juan = **X**
Edad de Lola = **3X + 4**
Edad de Pedro = **2(3x + 4)**

---

2. Si Juan tiene **X** libros y Ana tiene el doble de los libros que tiene Juan más 5 se puede expresar el número de libros que tiene Ana como **2x+5**.

---

3. Si el precio de un lápiz es **X** euros y el de un bolígrafo **Y** euros, el precio de 5 lápices y 3 bolígrafos se puede expresar como **5x + 3y**.

El valor numérico de una expresión algebraica es el número que se obtiene al **sustituir** las letras por números y realizar las operaciones indicadas

Ejemplo:

1) El valor numérico de: $3X^3 – 5X^2$ Para **X = 2** es: ⇒

$3(2)^3 – 5(2)^2$
$3(8) – 5(4)$
$24 – 20$
4

2) Si el precio de alquiler de un coche es de **78 €** diarios más **0,12 €** por km recorrido, la expresión algebraica 78**X** + 0,12**Y** indica el importe que se debe pagar por alquilar **X** días un coche y recorrer **Y** km.

3) Podemos hallar el importe que se debe pagar por alquilar un coche 2 días y recorrer 400 km sustituyendo la **X** por 2 y la **Y** por 400. Observa: 78**(2)**+0,12**(200)**=156+24=180 Se deberán pagar **180 €**.

Si no entendiste el tema te invito a observar el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=UNWFLuUfiX4

ACTIVIDAD 1.

Ejercicio 1: Escribe en lenguaje algebraico:

a) El doble de un número más tres.
b) El cuadrado de un número menos cinco.

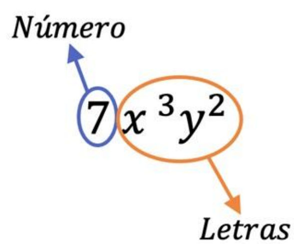
c) El doble de un número más el triple del mismo número.

Ejercicio 2: Escribe una expresión algebraica que de:
a) El perímetro de un triángulo equilátero de lado x .
b) El perímetro de un rectángulo de base x cuya altura mide 1 cm menos que su base.
c) El área de un rectángulo de base x cuya altura mide 6 cm menos que su base.

Ejercicio 3: Escribe utilizando el lenguaje algebraico las siguientes afirmaciones:
a) El doble de un número.
b) La mitad de un número.
c) La décima parte de un número.
d) Un número más su cuarta parte.
e) El triple de un número más el doble de otro.
f) La quinta parte de un número.
g) La suma de dos números es 15.
h) La mitad de un número más el triple de otro.
i) La diferencia de dos números.
j) El producto de dos números.
k) El doble de un número dividido de otro.
l) La mitad de la suma de dos números.
m) La sexta parte de un número más su cuadrado.
n) Un número más su quinta parte es 7.
o) La diferencia de dos números es el doble de otro.
p) El producto de tres números es 0 .
q) La diferencia de dos números es 100 .
r) El triple de un número es el doble de otro.
s) La séptima parte de un número es 87 .
t) Dos números se diferencian en 3 unidades.
u) El cuadrado de un número más el doble del mismo número.
v) El cubo de un número menos la mitad de otro número.
w) Un número más su siguiente es el cuadrado de dicho número.
x) La suma de los cuadrados de dos números.
y) La diferencia de un número y de su cuadrado.
z) El cuadrado de la suma de dos números.

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

2. MONOMIOS



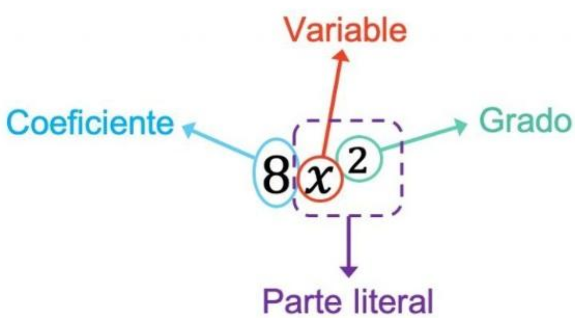
Un monomio es una expresión algebraica donde las operaciones entre las variables son productos y potencias de exponente natural.

Ejemplo: $2x^2y^3z$

Partes de un monomio

Ahora que hemos visto el significado de un monomio, veamos cuáles son todas las partes de un monomio:

- **Coeficiente**: es el número que está multiplicando a las variables (o letras) del monomio.
- **Variable**: es cada una de las letras que aparecen en el monomio.
- **Parte literal**: corresponde a todas las variables que componen el monomio junto con todos sus respectivos exponentes.
- **Grado**: consiste en la suma de todos los exponentes de las letras que forman el monomio.



Tipos de monomios

Existen diferentes tipos de monomios, cada uno con sus propiedades. Los monomios más importantes son los monomios semejantes, los monomios homogéneos, los monomios heterogéneos y los monomios opuestos. A continuación, veremos las características de cada tipo.

A. Monomios semejantes

Los **monomios semejantes** son aquellos monomios que tienen la misma parte literal. Por lo tanto, dos o más monomios son semejantes cuando poseen las mismas letras y los mismos exponentes.

Por ejemplo, los siguientes dos monomios son semejantes porque, aunque tienen distinto coeficiente, están formados por las mismas variables y están elevadas a los mismos exponentes.

$$4x^5y^3 \qquad\qquad 9x^5y^3$$

B. Monomios homogéneos

Dos **monomios** son **homogéneos** cuando su grado absoluto es equivalente.
Por ejemplo, los siguientes dos monomios son homogéneos porque el grado de ambos es igual a 5:

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

$$2x^5 \qquad\qquad 6x^2y^3$$

El primero monomio tiene una sola variable que está elevada a la 5, por lo que su grado es 5. Y el segundo polinomio tiene una variable elevada al cuadrado y otra elevada al cubo, de forma que su grado también es **5 (2+3=5)**.
Como puedes ver, para que dos monomios sean homogéneos no hace falta que tengan la misma parte literal, sino que solamente es necesario que tengan el mismo grado absoluto.

C. Monomios heterogéneos

Los **monomios heterogéneos** son los monomios que no tienen el mismo grado absoluto. Es decir, los monomios heterogéneos son el contrario de los monomios homogéneos.
Los siguientes 3 monomios son heterogéneos debido a que cada uno presenta un grado diferente:

$$x^8 \qquad 3xy \qquad 7a^9b^2$$

El primer monomio es de grado 8, el segundo monomio es de grado 2, y el tercer monomio es de grado 11. Por lo tanto, los tres monomios son heterogéneos entre sí.

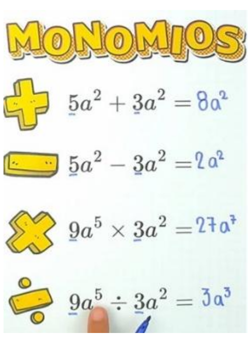
D. Monomios opuestos

Los **monomios opuestos** son aquellos monomios que son homogéneos (tienen la misma parte literal) y, además, sus coeficientes son opuestos, es decir, sus coeficientes tienen el mismo valor, pero de signo contrario.
Por ejemplo, los siguientes dos monomios son opuestos:

$$3x^5y^2 \qquad\qquad -3x^5y^2$$

Los dos anteriores monomios son opuestos porque únicamente se diferencian en su signo, el primero es de signo positivo y el segundo tiene signo negativo.

Operaciones con monomios



Para profundizar más en el concepto de monomio, vamos a ver qué operaciones se pueden hacer con los monomios. En particular, los monomios se pueden sumar, restar, multiplicar, dividir y potenciar. Y cada tipo de operación tiene sus peculiaridades, así que a continuación las analizamos una a una por separado.

1. Suma de monomios

Dos o más monomios solo se pueden sumar si son monomios semejantes. Entonces, la suma de dos monomios semejantes es igual a otro monomio compuesto por la misma parte literal y la suma de los coeficientes de esos dos monomios.

Ejemplo:

$$5x^3 + 2x^3$$
$$= (5+2)x^3$$
$$= 7x^3$$

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Ejemplos de sumas de monomios

- $2x^4 + 3x^4 = 5x^4$
- $4y^2 + y^2 = 5y^2$
- $7x^3y + 2x^3y = 9x^3y$
- $2a^3b^2c^6 + 6a^3b^2c^6 = 8a^3b^2c^6$
- $4x^3 + 2x^3 + 5x^3 = 6x^3 + 5x^3 = 11x^3$

2. Resta de monomios

Dos o más monomios solo se pueden restar si son monomios semejantes. Así pues, la resta de dos monomios semejantes es igual a otro monomio compuesto por la misma parte literal y la resta de los coeficientes de esos dos monomios.

Ejemplo:

$$5x^3 - 2x^3$$
$$= (5-2)x^3$$
$$= 3x^3$$

Ejemplos de restas de monomios:

- $7x^2 - 4x^2 = 3x^2$
- $5y^3 - y^3 = 4y^3$
- $8x^6y - 4x^6y = 4x^6y$
- $10a^3b^4c^2 - 6a^3b^4c^2 = 4a^3b^4c^2$
- $11x^3 - 4x^3 - 5x^3 = 7x^3 - 5x^3 = 2x^3$

Te invito a observar el siguiente video sobre suma y resta de monomios:
https://www.youtube.com/watch?v=N3vD22wJfyw

3. Multiplicación de monomios

El resultado de la **multiplicación de dos monomios** es otro monomio cuyo coeficiente es el producto de los coeficientes de los monomios y cuya parte literal se obtiene de multiplicar las variables que tienen **la misma base,** es decir, sumando sus exponentes.

$$3x^5 \cdot 4x^2$$
$$= (3 \cdot 4)x^{5+2}$$
$$= 12x^7$$

De manera que para resolver el producto entre dos monomios diferentes se deben multiplicar los coeficientes entre sí y sumar los exponentes de las potencias que tengan la misma base.
Por contra, si multiplicamos dos monomios con alguna potencia de base distinta, simplemente tenemos que multiplicar sus coeficientes entre sí y **dejar las potencias igual**:

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

$$5x^2 \cdot 3y^4 = (5 \cdot 3)x^2y^4 = 15x^2y^4$$

Ejemplos de multiplicaciones de monomios:

- $6x^4 \cdot 7x^5 = (6 \cdot 7)x^{4+5} = 42x^9$
- $4y \cdot 2y^3 = (4 \cdot 2)y^{1+3} = 8y^4$
- $5x^2y^4 \cdot (-8x^8y^2) = (5 \cdot (-8))x^{2+8}y^{4+2} = -40x^{10}y^6$
- $-3x^6y^4 \cdot (-4x^2z) = (-3 \cdot (-4))x^{6+2}y^4z = 12x^8y^4z$
- $-3x^8 \cdot 4x^5 \cdot (-x^2) = -12x^{13} \cdot (-x^2) = 12x^{15}$

4. División de monomios

$$6x^7 : 3x^4$$
$$= (6 : 3)x^{7-4}$$
$$= 2x^3$$

El resultado de la **división de monomios** es otro monomio cuyo coeficiente equivale al cociente de los coeficientes de los monomios y cuya parte literal se obtiene de dividir las variables que tienen la misma base, esto es, restando sus exponentes.
De modo que para dividir dos monomios diferentes simplemente dividimos los coeficientes entre sí y restamos los exponentes de las potencias que tengan la misma base.

- $7x^6 : 7x^4 = (7 : 7)x^{6-4} = 1x^2 = x^2$
- $12y^5 : 4y^2 = (12 : 4)y^{5-2} = 3y^3$
- $15x^7y^6 : 3x^4y^5 = (15 : 3)x^{7-4}y^{6-5} = 5x^3y$
- $27x^9y^7 : (-3x^5y^2) = (27 : (-3))x^{9-5}y^{7-2} = -9x^4y^5$
- $-18x^{13} : 3x^4 : (-2x^7) = -6x^9 : (-2x^7) = 3x^2$

Recuerda que los símbolos de la división son varios: / , ÷ , : , |__

5. Potencia de un monomio

Para calcular la potencia de un monomio se debe elevar cada elemento del monomio al exponente de la potencia. Es decir, la potencia de un monomio consiste en elevar su coeficiente y sus variables (letras) al exponente de la potencia.

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

$$(2x^4)^3$$
$$= 2^3(x^4)^3$$
$$= 2^3x^{4\cdot 3}$$
$$= 8x^{12}$$

NOTA: Recuerda de las propiedades de las potencias que cuando elevamos un término que ya está elevado los dos exponentes **se multiplican** entre sí. Por eso **en la potencia de un monomio siempre se multiplica el exponente de cada letra por el exponente que indica la potencia**.

Ejemplos de potencias de monomios:

- $\left(5x^6\right)^2 = 5^2\left(x^6\right)^2 = 5^2x^{6\cdot 2} = 25x^{12}$
- $\left(2x^5\right)^4 = 2^4\left(x^5\right)^4 = 2^4x^{5\cdot 4} = 16x^{20}$
- $\left(-4y^3\right)^2 = (-4)^2\left(y^3\right)^2 = (-4)^2y^{3\cdot 2} = 16y^6$
- $\left(3x^4y\right)^3 = 3^3\left(x^4y\right)^3 = 3^3x^{4\cdot 3}y^{1\cdot 3} = 27x^{12}y^3$
- $\left(-2a^5b^7\right)^3 = (-2)^3\left(a^5b^7\right)^3 = (-2)^3a^{5\cdot 3}b^{7\cdot 3} = -8a^{15}b^{21}$

Te invito a que practiques las operaciones con monomios jugando:
Jugando con el topo: https://wordwall.net/es/resource/39005949/monomios
Arrastrando cuadros: https://wordwall.net/es/resource/91681212/monomios

---

ACTIVIDAD 2.

1. Simplifica realizando las siguientes operaciones en tu cuaderno, agrupando cuando sea posible:

b) $5xy^3 - 2xy^3 + 7xy^3 - 3xy^3 + 12xy^3 =$

c) $3abc - 2abc + 6abc + 9\ abc - 4abc =$

d) $5xz - 3xz + 15xz - 11xz + 8xz - 3xz =$

e) $(2xyz) \cdot (2x^2yz^3) =$

f) $(-2abc) \cdot (3a^2b^2c^2)\cdot(-bc) =$

g) $7x\cdot(2xy) \cdot (-3xy5)\cdot(xy) =$

i) $(21x^2y^3) : (7xy^2) =$

j) $(9abc) : (3bc) =$

k) $(16x^4y^5a^3b^6) : (8x^2y3a^2b^5) =$

l) $(5m^3n^2g^4) : (2mng) =$

m) $\dfrac{12x^5y^4z}{4x^2yz}$

n) $\dfrac{5x^2y^3}{10x^2yz}$

2. Simplifica realizando las siguientes operaciones en tu cuaderno, agrupando cuando sea posible:

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

a) $2x^2 -5(-x^2) + 8x^2 - (2x) \cdot (3x) =$

b) $2x \cdot (-y) + (7xy - yx + (-4x) \cdot (-5y) =$

c) $3x^2 -(-x)^2 + 3(-x^2)+(-3)\cdot(-x^2) =$

d) $(2xy - 3xy + 7xy) \cdot (2ab) =$

e) $(x^2 - 3x^2 + 6x^2 - 2x^2)\cdot(-5zx) =$

3. Simplifica realizando las siguientes operaciones en tu cuaderno, agrupando cuando sea posible:

a) $P(x) = -x^2 - x - 2 - x^3 + x^2 - x - 2 =$

b) $Q(x) = -x^2 + x^2 + 6 - x + x^2 -7x -2 =$

c) $R(x) = x + 1 - x + x^2 =$

d) $S(x) = 8 - x + 34 - x + 324 =$

e) $T(x) = x^4 + x^4 - x^3 + x^2 - 7x - 2 =$

f) $U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6} - \frac{2}{7}x^2 =$

VALOR NUMÉRICO DE UN MONOMIO

El **valor numérico de un monomio** es el resultado que se obtiene al sustituir las variables de un monomio por unos determinados valores.

Por ejemplo, si tenemos el siguiente monomio: $5x^2$

Si queremos hallar el valor numérico del monomio anterior para tenemos que **sustituir** la letra del monomio **por 2** y resolver las operaciones resultantes:

$$5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$$

De manera que el valor numérico del monomio $5x^2$ para $x = 2$ es igual a 20.

También se puede determinar el valor numérico de un monomio multivariable. Por ejemplo, si tenemos el siguiente monomio bivariable, o dicho con otras palabras, con dos variables:

$$3x^4y$$

Para calcular el valor numérico del monomio anterior cuando **X vale 1** e **Y vale -2**, sustituimos las letras por sus respectivos valores:

$$3 \cdot 1^4 \cdot (\,-2\,) = 3 \cdot 1 \cdot (\,-2\,) = -6$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Así que el valor numérico del monomio del problema para **X=1** e **Y=-2** da como resultado -6.

ACTIVIDAD 3.
Calcula el valor numérico en cada caso y escríbelo en tu cuaderno:

a) $4x^2y - 2x$ para x= 3 , y=-2 b) $\frac{3x+z}{(y+4)^3}$ para x=-4, z= 6, y = -2 c) $5x^3 - 4x - 10$ para x= -1

POLINOMIOS

Finalmente, debes saber que a partir de los monomios se pueden hacer polinomios:

Un **polinomio** es la agrupación de dos o más monomios.

Ejemplo: $P(x) = 4x^5 + 3x^2 - 7x$

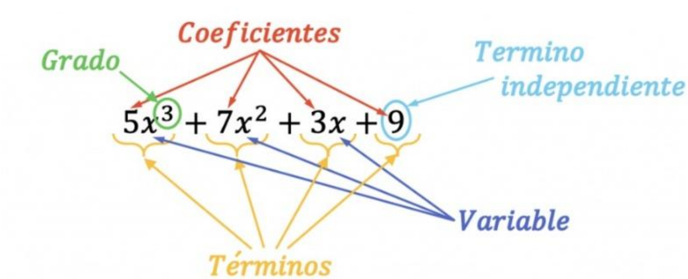
El polinomio anterior resulta de sumar (o restar) 3 monomios heterogéneos.

Como curiosidad, cuando un polinomio solo tiene 2 monomios se le llama **binomio**. Y cuando un polinomio tiene exactamente 3 monomios se dice **trinomio**.

Recuerda: En matemáticas, un polinomio es una expresión algebraica formada por números, letras y exponentes. Es decir, un polinomio consiste en la suma o resta de diferentes términos o monomios. Los números de un polinomio se llaman coeficientes y las letras de un polinomio son sus variables.

¡Importante!: Los términos están separados por signos de suma o resta, nunca por signos de multiplicación.

¿Cuáles son las partes de un polinomio?
Una vez sabemos en qué consiste un polinomio, vamos a ver cuáles son y cómo identificar las **partes de un polinomio**:



- **Términos:** cada monomio que forma parte del polinomio.
- **Coeficientes:** los números que acompañan a cada término del polinomio.
- **Grado:** el mayor exponente al que está elevada la variable del polinomio.
- **Variable:** es la letra que tiene el polinomio.
- **Término principal:** es el término de mayor grado de polinomio.
- **Término independiente:** aquel término del polinomio que no posee variable.
- **Coeficiente principal:** coeficiente del término principal del polinomio.

NOTA: el término principal del polinomio de arriba es **$5x^3$**, porque es el monomio de mayor grado. Asimismo, el coeficiente principal del polinomio es 5, ya que es el coeficiente del término principal.

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Ejemplos de polinomios

Para acabar de entender el concepto de polinomio, a continuación, vamos a ver varios **ejemplos de polinomios**:

- Polinomio de grado cero: $P(x) = 7$

Aunque parezca extraño, una constante sola también puede ser un polinomio. Se trata de un polinomio de un único término.

- Polinomio de primer grado: $P(x) = 4x + 1$
- Polinomio de segundo grado: $P(x) = x^2 + 5x - 3$
- Polinomio de tercer grado: $P(x) = 2x^3 - 8x + 9$
- Polinomio de cuarto grado: $P(x) = -5x^4 + 3x^2 + 6x$

TIPOS DE POLINOMIOS

Los polinomios pueden clasificarse según los siguientes tipos:

- **Polinomio ordenado**: es aquel polinomio que tiene todos sus términos ordenados de mayor a menor grado.

$$P(x) = x^4 + 5x^2 + 4x$$

- **Polinomio completo**: es aquel polinomio que tiene todos sus términos desde el monomio de mayor grado hasta el término independiente.

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 6x + 1$$

- **Polinomio incompleto**: es aquel polinomio que le falta como mínimo un término de algún grado.

$$P(x) = x^5 + 4x^3 - 2x$$

- **Polinomio homogéneo**: es aquel polinomio el cual todos sus términos son del mismo grado.

$$P(x) = 5x^3 + 4x^2y - y^3$$

- **Polinomio heterogéneo**: es aquel polinomio en el que no todos sus términos tienen el mismo grado.

$$P(x) = -3x^4 + x^2 - 4x$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

- **Polinomio opuesto**: un polinomio es opuesto a otro si los coeficientes de los términos de igual grado son del mismo valor, pero de signo contrario.

$$P(x) = x^5 + 7x^3 - 2x + 4$$

$$-P(x) = -x^5 - 7x^3 + 2x - 4$$

- **Polinomio Mónico**: es aquel polinomio que tiene una única variable y cuyo coeficiente principal es igual a 1.

$$P(x) = x^3 + 5x^2 - 4x + 10$$

- **Polinomio multivariable**: es aquel polinomio que posee más de una variable.

$$P(x,y,z) = 2x^2yz + 5x^3y - 4y^2z + 8z^2$$

Por otro lado, debes saber que existen dos clases de polinomios muy importantes, ya que se suelen hacer muchas operaciones con ellos: **los binomios y los trinomios**.

ACTIVIDAD 4.

Completa la tabla en tu cuaderno:

Polinomio	Grado	Variables	Término independiente	Opuesto
$P(x,y) = -2x^5 - x^2y^2 + 5x^3 - 1 + 3x^3 + 3$				
$Q(x,y) = x^2 + 4x^3 - x - 9 + 4x^4y^3$				
$R(x,y) = x^9 - x^7y^3 + y^{13} - 4$				
$S(x,y,z) = 7x^2yz - 3xy^2z + 8xyz^2$				
$U(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{6}$				

VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO - EVALUACIÓN DE UN POLINOMIO

Evaluar un polinomio es encontrar el valor numérico de un polinomio cuando las variables (x, y, …) son reemplazadas por algún número.

Ejemplos:

Evaluar $P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ en $x = 1$

$P(1) = 2 \cdot (1)^3 + 5 \cdot (1) - 3 = 2 + 5 - 3 = 4$

Calcula el valor numérico (evalúa) $P(x) = 3x^6 + 2x^5 - 3x^4 - x^2 + 7x - 2$ cuando $x=0$

$P(0) = 3(0)^6 + 2(0)^5 - 3(0)^4 - (0)^2 + 7(0) - 2 = -2$

Evalúa $Q(x,y) = -x^4y - x^2y + 7xy - 2$cuando $x = 1$ e $y = 2$

$Q(1,2) = -(1)^4(2) - (1)^2(2) + 7(1)(2) - 2 = -2-2 + 14 - 2 = 8$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

ACTIVIDAD 5.

1. Reduce agrupando términos semejantes, y entonces calcula el valor numérico cuando **x = 2**

a) $P(x) = 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1$ b) $Q(x) = x^4 - 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1 - 3x^4 - 3x$

2. Encuentra el valor de a para el que el polinomio $P(x) = 2x^2 - ax + 1$ cumpla que $P(2) = 5$.

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Con los polinomios se pueden hacer todo tipo de operaciones: sumar, restar, multiplicar, dividir, potencias,… A continuación vamos a ver cómo se hace cada una de estas operaciones polinómicas.

1. Suma de polinomios

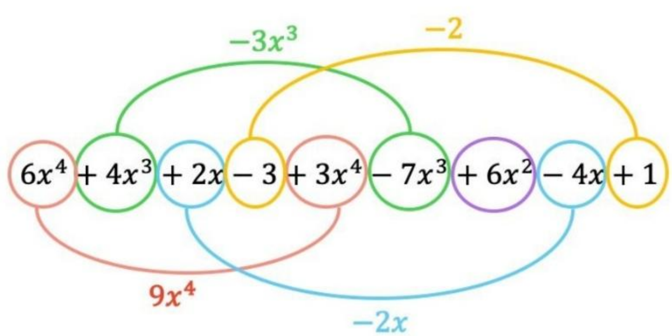
Para resolver la **suma de dos o más polinomios** se deben sumar los términos de los polinomios que son semejantes. Es decir, la suma de polinomios consiste en sumar los términos que tienen la misma parte literal (mismas variables y mismos exponentes).

Así pues, existen dos métodos para sumar polinomios:

- **Suma de polinomios vertical:** primero se colocan los dos polinomios sumandos uno debajo del otro, de manera que los términos semejantes de los dos polinomios estén alineados por columnas. Y luego se suman los coeficientes de cada columna manteniendo las partes literales de los monomios intactas:

$$\begin{array}{cccccc} & 6x^4 & +4x^3 & + & +2x & -3 \\ + & 3x^4 & -7x^3 & +6x^2 & -4x & +1 \\ \hline & 9x^4 & -3x^3 & +6x^2 & -2x & -2 \end{array}$$

- **Suma de polinomios horizontal:** en este caso no hace falta poner los polinomios ordenados, sino que se suman directamente los términos que tienen partes literales idénticas, o dicho con otras palabras, los términos con las mismas variables (letras) y los mismos exponentes. Los términos que no son semejantes no se pueden sumar.



$$9x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

2. Resta de polinomios

Para hacer la **resta de dos polinomios** se deben restar los términos de los polinomios que son semejantes. Es decir, la resta de polinomios se basa en restar los términos que tienen la misma parte literal (mismas variables y mismos exponentes).
Al igual que con la suma de polinomios, la resta de polinomios se puede realizar verticalmente y horizontalmente:

- **Resta de polinomios vertical**:
  1. Primero de todo, se ponen los polinomios ordenados uno debajo del otro.
  2. En segundo lugar, se cambia de signo a todos los términos del polinomio sustraendo.
  3. Finalmente, se suman los coeficientes de los monomios con el mismo grado.

1

$$\begin{array}{rrrrrr} & 7x^4 & +2x^3 & + & +5x & -4 \\ - & 4x^4 & -3x^3 & +8x^2 & -2x & +1 \\ \hline \end{array}$$

2

$$\begin{array}{rrrrrr} & 7x^4 & +2x^3 & + & +5x & -4 \\ + & -4x^4 & +3x^3 & -8x^2 & +2x & -1 \\ \hline \end{array}$$

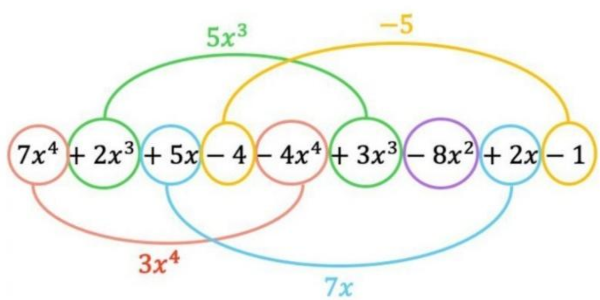
3

$$\begin{array}{rrrrrr} & 7x^4 & +2x^3 & + & +5x & -4 \\ + & -4x^4 & +3x^3 & -8x^2 & +2x & -1 \\ \hline & 3x^4 & +5x^3 & -8x^2 & +7x & -5 \end{array}$$

- **Resta de polinomios horizontal**:
  1. En primer lugar, se colocan los 2 polinomios con paréntesis uno detrás del otro.
  2. Luego se cambia el signo de todos los monomios que forman parte del polinomio que resta, ya que tiene un signo negativo delante.
  3. Por último, se agrupan los términos cuya parte literal es igual.

$$(7x^4 + 2x^3 + 5x - 4) - (4x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 2x + 1)$$

$$7x^4 + 2x^3 + 5x - 4 \; - 4x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 2x - 1$$



$$3x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x - 5$$

3. Multiplicación de polinomios

Para hacer una **multiplicación entre dos polinomios** se deben seguir los siguientes pasos:

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

1. Multiplicar cada término del primer polinomio por todos los términos del segundo polinomio.
2. Sumar (o restar) los monomios resultantes del mismo grado.

Fíjate cómo se multiplican dos polinomios con el siguiente ejemplo:

$$(4x^2 + 3x) \cdot (x^3 - 5x^2 + 2x) =$$

En primer lugar, tenemos que multiplicar cada elemento del primer polinomio multiplicador por cada término del segundo polinomio:

$$(4x^2 + 3x) \cdot (x^3 - 5x^2 + 2x) =$$

$$= 4x^2 \cdot x^3 + 4x^2 \cdot (-5x^2) + 4x^2 \cdot 2x +$$

$$+ 3x \cdot x^3 + 3x \cdot (-5x^2) + 3x \cdot 2x =$$

Ahora hacemos todas las multiplicaciones de monomios:

$$= 4x^5 - 20x^4 + 8x^3 + 3x^4 - 15x^3 + 6x^2 =$$

Una vez hemos multiplicado los dos polinomios entre sí, tan solo tenemos que agrupar los términos resultantes que sean semejantes:

$$= 4x^5 - 20x^4 + 8x^3 + 3x^4 - 15x^3 + 6x^2$$

$$= 4x^5 - 17x^4 - 7x^3 + 6x^2$$

De modo que el resultado de la multiplicación polinómica es:

$$= 4x^5 - 17x^4 - 7x^3 + 6x^2$$

4. División de polinomios

Para dividir dos polinomios se debe de seguir un procedimiento complicado, así que vamos a ver cómo se dividen dos polinomios resolviendo un ejemplo paso a paso:

$$P(x) = x^3 + 4x^2 + 12 \qquad Q(x) = x - 4$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = ?$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Lo primero que debemos hacer es colocar los polinomios en forma de división. A la izquierda escribimos el numerador de la fracción (polinomio dividendo) y a la derecha ponemos el denominador de la fracción (polinomio divisor):

$$x^3 + 4x^2 + \qquad + 12 \quad \underline{|\, x - 4 \qquad}$$

Atención: Si un un polinomio no tiene un monomio de un determinado grado, tenemos que dejar un hueco en su lugar. Por ejemplo, el polinomio $x^3 + 4x^2 + 12$ no tiene término de grado 1, por eso hay un espacio en blanco en su lugar.

$$x^3 + 4x^2 + \qquad + 12 \quad \underline{|\, x - 4 \qquad}$$

Una vez hemos puesto los polinomios en su sitio, vamos a hallar el cociente. Y para encontrar el primer término del cociente tenemos que dividir el primer término del dividendo entre el primer término del divisor:

$$\frac{x^3}{x} = x^2$$

Y ponemos el resultado de la división en el lugar del cociente:

$$\begin{array}{l|l} x^3 + 4x^2 + \qquad + 12 & x - 4 \\ \hline & x^2 \end{array}$$

Ahora multiplicamos el término encontrado por cada elemento del divisor, y cada resultado lo ponemos debajo del dividendo en su columna correspondiente **cambiándole de signo**:

$$\begin{array}{l|l} x^3 + 4x^2 + \qquad + 12 & x - 4 \\ \hline -x^3 & x^2 \\ & x^3 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} x^3 + 4x^2 + \qquad + 12 & x - 4 \\ \hline -x^3 + 4x^2 & x^2 \\ & -4x^2 \end{array}$$

Cambio de signo   Cambio de signo

Como sucede en todas las operaciones con polinomios, es importante ordenar los polinomios de mayor a menor grado de manera que todos los términos de un mismo grado estén situados en una misma columna.

Una vez hemos colocado los resultados de las multiplicaciones con el signo contrario, debemos sumar los términos que están alineados verticalmente:

$$\begin{array}{rl|l} & x^3 + 4x^2 + \qquad + 12 & x - 4 \\ \cline{3-3} + & -x^3 + 4x^2 & x^2 \\ \cline{1-2} & +8x^2 + \qquad + 12 & \end{array}$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Fíjate que al hacer esta suma el coeficiente de mayor grado se anula y, por tanto, tenemos un término menos en el dividendo.

Ahora tenemos que ir repitiendo el mismo procedimiento **hasta que el polinomio dividendo sea de menor grado que el polinomio divisor.**

De modo que volvemos a dividir el primer término del dividendo entre el primer término del divisor:

$$\frac{8x^2}{x} = 8x$$

Colocamos el resultado en el cociente:

$$\begin{array}{rrrrr|l}
 & x^3 & +4x^2 & + & +12 & x-4 \\ \cline{6-6}
+ & -x^3 & +4x^2 & & & x^2+8x \\ \cline{1-5}
 & & +8x^2 & + & +12 &
\end{array}$$

Igual que antes, multiplicamos el nuevo término del cociente por cada elemento del divisor y ponemos los resultados con el signo contrario en las columnas correspondientes del dividendo:
Y sumamos verticalmente:

$$\begin{array}{rrrrr|l}
 & x^3 & +4x^2 & + & +12 & x-4 \\ \cline{6-6}
+ & -x^3 & +4x^2 & & & x^2+8x \\ \cline{1-5}
 & & +8x^2 & + & +12 & \\
 & & -8x^2 & +32x & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrr|l}
 & x^3 & +4x^2 & + & +12 & x-4 \\ \cline{6-6}
+ & -x^3 & +4x^2 & & & x^2+8x \\ \cline{1-5}
 & & +8x^2 & + & +12 & \\
+ & & -8x^2 & +32x & & \\ \cline{1-5}
 & & & +32x & +12 &
\end{array}$$

El polinomio dividendo aún no es de menor grado que el polinomio divisor, por lo que debemos seguir haciendo el mismo proceso.

Así que primero dividimos el primer término del dividendo entre el primer término del divisor, en segundo lugar multiplicamos el resultado por cada término del divisor, luego ponemos los resultados cambiados de signo en el dividendo y, finalmente, sumamos verticalmente:

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & x^3 + 4x^2 + & & +12 & x-4 \\ \cline{5-5}
+ & -x^3 + 4x^2 & & & x^2+8x+32 \\ \cline{1-4}
 & +8x^2 + & & +12 & \\
+ & -8x^2 + 32x & & & \\ \cline{1-4}
 & & +32x & +12 & \\
+ & & -32x & +128 & \\ \cline{1-4}
 & & & 140 &
\end{array}
$$

De manera que ya hemos conseguido que el polinomio dividendo sea de grado inferior que el grado del divisor, porque el dividendo es de grado 0 y el divisor de grado 1. En consecuencia, la división queda terminada.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & & & & \quad grado\ 1 \\
 & x^3 + 4x^2 + & & +12 & x-4 \\ \cline{5-5}
+ & -x^3 + 4x^2 & & & x^2+8x+32 \\ \cline{1-4}
 & +8x^2 + & & +12 & \\
+ & -8x^2 + 32x & & & \\ \cline{1-4}
 & & +32x & +12 & \\
+ & & -32x & +128 & \\ \cline{1-4}
 & & & 140 & \\
 & & & & grado\ 0
\end{array}
$$

Así que el resultado de la división polinomial es:

$$Cociente: \ x^2 + 8x + 32$$

$$Resto: \ 140$$

Por otra parte, podemos comprobar que hemos hecho bien la división polinómica a partir de la condición fundamental de la división de polinomios:

$$D(x) = d(x) \cdot c(x) + R(x)$$

$$x^3 + 4x^2 + 12 = (x-4) \cdot (x^2 + 8x + 32) + 140$$

$$x^3 + 4x^2 + 12 = x^3 + 8x^2 + 32x - 4x^2 - 32x - 128 + 140$$

$$x^3 + 4x^2 + 12 = x^3 + 4x^2 + 12$$ ✅

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

La ecuación se cumple, por lo tanto, la división polinómica se ha realizado correctamente.

DIVISIÓN POR UN MONOMIO

En matemáticas, para resolver la **división de un polinomio entre un monomio** se divide cada término del polinomio por el monomio.

$$(12x^3 - 4x^2 + 8x) : 2x$$

$$= \frac{12x^3}{2x} + \frac{-4x^2}{2x} + \frac{8x}{2x}$$

$$= 6x^2 - 2x + 4$$

ACTIVIDAD 6.

1. Calcula la siguiente división de un polinomio entre un monomio:

$$\left(16x^5 - 4x^3 - 20x^2\right) : \left(4x^2\right)$$

2. Resuelve la siguiente división de un polinomio entre un monomio:

$$\left(12x^{10} - 30x^7 - 18x^6 + 54x^4\right) : \left(-6x^3\right)$$

3. Efectúa la siguiente división de polinomios:

$$\frac{x^4 + x^3 - x^2 + x + 1}{x^3 - 5}$$

4. Calcula la siguiente división de polinomios:

$$\frac{2x^3 - 3x^2 - 5x - 5}{x - 2}$$

5. Resuelve la siguiente división de polinomios:

$$\frac{x^4 + x^2 + 3}{x^3 + 3x^2 + 2x}$$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

PRODUCTOS Y COCIENTES NOTABLES

Los productos y cocientes notables tienen importante aplicación al tratar de desarrollar de una manera más rápida ejercicios algebraicos.

PRODUCTOS NOTABLES

Son multiplicaciones que cumplen reglas específicas

Suma o resta de dos cantidades al cuadrado $(a \pm b)^2$

Si tenemos $(a \pm b)^2$ por potenciación se sabe que $a^n = a \times a \times a..$ n veces. Si se aplica esta propiedad a la suma de dos cantidades se tiene:

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ realizando el producto indicado:

$$\begin{array}{rrr} a & +b & \\ a & +b & \\ \hline a^2 & +ab & \\ & +ab & +b^2 \\ \hline a^2 & +2ab & +b^2 \end{array}$$

Luego: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ o $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

Para la resta será:

$$\begin{array}{rrr} a & -b & \\ a & -b & \\ \hline a^2 & -ab & \\ & -ab & +b^2 \\ \hline a^2 & -2ab & +b^2 \end{array}$$

Luego: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ o $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$

Ejemplos:

$(x + 2)^2$

cuadrado de la primera cantidad x^2

doble producto de la primera cantidad por la segunda $2(x)(2) = 4x$

cuadrado de la segunda cantidad $2^2 = 4$

luego: $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

$(m + 3)^2$

cuadrado de la primera cantidad m^2

doble producto de la primera cantidad por la segunda $2(m)(3) = 6m$

cuadrado de la segunda cantidad $3^2 = 9$

luego: $(m + 3)^2 = m^2 + 6m + 9$

$(2b - 3c)^2$

cuadrado de la primera cantidad $4b^2$

doble producto de la primera cantidad por la segunda $2(2b)(-3c) = -12bc$

cuadrado de la segunda cantidad $9c^2$

luego: $(2b - 3c)^2 = 4b^2 - 12bc + 9c^2$

Producto por la diferencia de dos cantidades **(a + b) (a - b)**

Resolviendo el producto:

$$\begin{array}{rrr} a & +b & \\ a & -b & \\ \hline a^2 & +ab & \\ & -ab & -b^2 \\ \hline a^2 & & -b^2 \end{array}$$

Luego: **$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$**

El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, es igual a la diferencia de los cuadrados de las dos cantidades.

EJEMPLOS:

- $(2b - 1)(2b + 1)$

  aplicando el producto notable se tiene:

  $(2b - 1)(2b + 1) = (2b)^2 - (1)^2 = 4b^2 - 1$

- $(3bc + 2d)(3bc - 2d)$

  aplicando el producto notable se tiene:

  $(3bc + 2d)(3bc - 2d) = (3bc)^2 - (2d)^2 = 9b^2c^2 - 4d^2$

- $(a + b + c)(a + b - c)$

esta expresión se puede escribir también:

$$[(a + b) + c]\,[(a + b) - c] = (a + b)^2 - c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - c^2$$

Cubo de un binomio $(a \pm b)^3$

Al desarrollar $(a + b)^3$ utilizando la propiedad fundamental de la potenciación se tiene:

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$$

Como : $(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

Entonces:

$$\begin{array}{lllll} a^2 & + 2ab & + b^2 & & \\ a & + b & & & \\ \hline a^3 & + 2a^2b & + ab^2 & & \\ & a^2b & + 2ab^2 & + b^3 & \\ \hline a^3 & + 3a^2b & + 3ab^2 & + b^3 & \end{array}$$

Luego:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ o } (a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$$

El cubo de la suma de dos cantidades, es igual a la primera cantidad elevada al cubo, más tres veces la primera cantidad elevada al cuadrado por la segunda, más tres veces la primera cantidad por la segunda cantidad elevada al cuadrado más la segunda cantidad elevada al cubo.

Para la resta será:

$$(a - b)^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$$

Como : $(a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

Entonces:

$$\begin{array}{llll} a^2 & - 2ab & + b^2 & \\ a & - b & & \\ \hline a^3 & - 2a^2b & + ab^2 & \\ & - a^2b & + 2ab^2 & - b^3 \\ \hline a^3 & - 3a^2b & + 3ab^2 & - b^3 \end{array}$$

Luego: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ó $(a - b)^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$

Ing.Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

El cubo de la suma de dos cantidades es igual a la primera cantidad elevada al cubo, menos tres veces la primera cantidad elevada al cuadrado por la segunda, más tres veces la primera cantidad por la segunda elevada al cuadrado, menos la segunda cantidad elevada al cubo.

EJEMPLOS:

- $(3b + 2)^3$

$$= (3b)^3 + 3(3b)^2(2) + 3(3b)(2)^2 + (2)^3$$

$$= \mathbf{27b^3 + 54b^2 + 36b + 8}$$

- $(b - 3)^3$

$$= (b)^3 + 3(b)^2(3) + 3(b)(3)^2 + (3)^3$$

$$= \mathbf{b^3 + 9b^2 + 27b + 27}$$

Productos de la forma (x ± a) (x ± b)

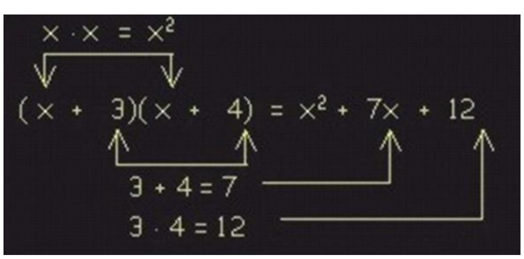
Desarrollemos las siguientes multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ x + 4 \\ \hline x^2 + 3x \quad\quad \\ 4x + 12 \\ \hline x^2 + 7x + 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x - 2 \\ x - 4 \\ \hline x^2 - 2x \quad\quad \\ -4x + 8 \\ \hline x^2 - 6x + 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x - 3 \\ x + 5 \\ \hline x^2 - 3x \quad\quad \\ 5x - 15 \\ \hline x^2 + 2x - 15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x + 4 \\ x - 3 \\ \hline x^2 + 4x \quad\quad \\ -3x - 12 \\ \hline x^2 + x - 12 \end{array}$$

En las cuatro multiplicaciones se observa que:

- El primer término del resultado de la multiplicación es el producto de los primeros términos de los binomios.
- El coeficiente del segundo término del resultado de la multiplicación es la suma algebraica de los segundos términos de los binomios.
- El tercer término del resultado de la multiplicación es el producto algebraico de los segundos términos de los binomios.

Gráficamente:



fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

EJEMPLOS:

$(a + 1)\ (a + 2) \Rightarrow$

$a \times a = a^2$

$1 + 2 = 3$

$1 \times 2 = 2$

$(a + 1)\ (a + 2) = a^2 + 3a + 2$

$(x + 7)\ (x - 3) \Rightarrow$

$x \cdot x = x^2$

$7 - 3 = 4$

$7 \times 3 = 21$

$(x + 7)\ (x - 3) = x^2 + 4x + 21$

Reuniendo las tres propiedades simbólicamente:

$$(x \pm a)\,(x \pm b) = x^2 \pm x\,(a \pm b) \pm ab$$

COCIENTES NOTABLES

Los cocientes notables más importantes se pueden desarrollar a partir de algunos de los productos notables vistos anteriormente.

Del producto notable:

$$a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$$

Por transposición de términos se puede deducir:

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = (a - b) \quad \text{de la misma manera} \quad \frac{a^2 - b^2}{a - b} = (a + b)$$

Para los cocientes $(a^3 + b^3) \div (a + b)$ se realiza la división:

$$\begin{array}{rr|l}
a^3 & +\,b^3 & a + b \\ \cline{3-3}
-\,a^3 - a^2b & & a^2 - ab + b^2 \\ \cline{1-1}
-\,a^2b & & \\
a^2b + ab^2 & & \\ \cline{1-1}
ab^2 & +\,b^3 & \\
-\,ab^2 & -\,b^3 & \\ \cline{1-2}
 & 0 &
\end{array}$$

Luego: $\dfrac{a^3 + b^3}{a + b} = a^2 - ab + b^2$

---

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Para $(a^3 - b^3) \div (a - b)$ será:

$$
\begin{array}{lll|l}
a^3 & & +b^3 & a-b \\
\cline{4-4}
-a^3+a^2b & & & a^2+ab+b^2 \\
\cline{1-1}
\quad a^2b & & & \\
\quad -a^2b+ab^2 & & & \\
\cline{1-2}
 & ab^2 & -b^3 & \\
 & -ab^2 & +b^3 & \\
\cline{2-3}
 & & 0 &
\end{array}
$$

luego: $\dfrac{\mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3}{a - b} = \mathbf{a}^2 + ab + \mathbf{b}^2$

De la misma forma realizando las divisiones:

$$\frac{a^4 - b^4}{a - b} = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$$

$$\frac{a^5 - b^5}{a - b} = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4$$

$$\frac{a^4 - b^4}{a + b} = a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$$

$$\frac{a^5 + b^5}{a + b} = a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$$

$$\frac{a^4 + b^4}{a \pm b} = \text{no son exactas estas divisiones.}$$

Se puede establecer las siguientes normas:

- El polinomio resultado tiene la cantidad de términos igual al exponente de las letras del dividendo.
- El primer término del polinomio resultado se obtiene dividiendo el primer término del dividendo entre el primer término del divisor. El exponente de **a** disminuye de 1 en 1 en cada término.
- El exponente del segundo término (b) es 1 y aparece en el segundo término del polinomio resultado. Éste aumenta de 1 en 1 en cada término siguiente a éste.
- Cuando el divisor es a - b todos los signos del polinomio resultado son positivos, y cuando el divisor es a + b los signos del polinomio resultado van alternados +, -, +, -, etc.

Ejemplos de la aplicación:

Dividir:

$$\frac{x^7 - y^7}{x - y} = x^6 + x^5y + x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 + xy^5 + y^6$$

$$\frac{x^4 + 16}{x + 2} = \frac{x^4 + 2^4}{x + 2} = x^3 - x^2 2 + x\,2^2 - 2^3 = x^3 - 2x^2 + 4x - 8$$

ACTIVIDAD 7:

Productos notables

Resolver:

- $(x+2)^2$
- $(5x^3+6m^4)^2$
- $(x^3+6)^2 \; (x^3-8)^2$
- $(a+2)(a-3)(a-2)(a+3)$
- $(a+1)(a-1)(a+2)(a+3)$

Cocientes notables

Resolver:

- $\dfrac{16x^2y^4 - 25m^6}{4xy^2 + 5m^3}$
- $\dfrac{64x^6 - 343y^9}{4x^2 - 7y^3}$
- $\dfrac{(a+x)^2 - y^2}{(a+x) - y}$
- $\dfrac{25 - (a+1)^2}{5 + (a+1)}$

Ing.Carlos Fernando Ortega
T.P.25255239726 CND – COPNIA

HETEROEVALUACIÓN: La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:

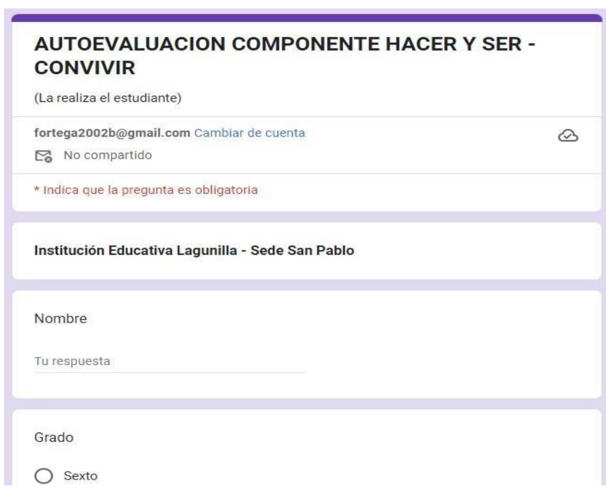
• Saber Hacer (50%):
a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.
b. Ejercicios de Prueba.

• Saber (25%):
a. Prueba Bimestral

• Ser - Convivir (25%):
a. Normas de Convivencia.
b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
d. Autoevaluación y Coevaluación.

AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION:
Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe8K6emBxx7juVipbyPzTOGq_10Rg7a2XDDfxaaipio4DKZTA/viewform?usp=pp_url


AUTOEVALUACION COMPONENTE HACER Y SER - CONVIVIR
(La realiza el estudiante)
fortega2002b@gmail.com Cambiar de cuenta
No compartido
* Indica que la pregunta es obligatoria
Institución Educativa Lagunilla - Sede San Pablo
Nombre
Tu respuesta
Grado
Sexto

fortega2002b@gmail.com- Cel.3175763481