



Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados



Lenguaje algebraico, Monomios (suma, resta, multiplicación y división de monomios)
Polinomios (suma, resta, multiplicación y división de polinomios), Productos y cocientes notables.

Segundo Periodo - Matemáticas

Nombre del estudiante:

Objetivo de aprendizaje	Indicadores de Evaluación
Objetivo de la Guía: Aplicar los casos de factorización en la solución de expresiones algebraicas, mediante la descomposición en factores primos, para simplificar y resolver ecuaciones matemáticas de forma correcta.	Aplica los casos de factorización (factor común, trinomios y productos notables) para descomponer expresiones algebraicas en factores primos de forma correcta.

MATEMÁTICAS

GRADO 9 - PERIODO 2

DBA 2. Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones

ESTANDAR BÁSICO DE COMPETENCIA:

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

TEMAS: 1. Factorización (Factor común, factor común por agrupación de términos, trinomio cuadrado perfecto (TCP), diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción, trinomio de la forma x^2+bx+c , trinomio de la forma ax^2+bx+c , cubo perfecto de binomios, suma o diferencia de cubos perfectos, suma o diferencia de dos potencias iguales,

Conocimientos previos: Números primos y compuestos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

En matemáticas, un **número primo** es un número natural mayor que 1 que tiene únicamente **dos divisores** positivos distintos: él mismo y el 1 (la unidad). Por el contrario, los **números compuestos** son los números naturales que tienen algún divisor natural aparte de sí mismos y del 1, y, por lo tanto, pueden factorizarse.

Para entender mejor este concepto, te invito a observar el siguiente video:

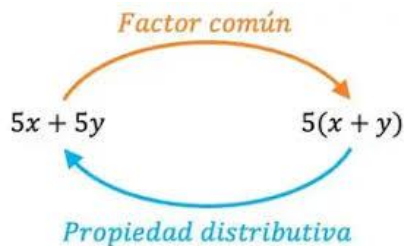
<https://www.youtube.com/watch?v=e1XtzmR-4jk>

Ing. Carlos Fernando Ortega

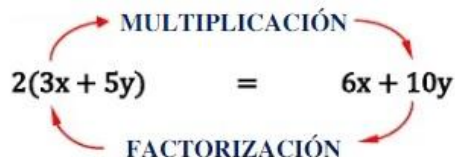
T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

1. FACTORIZACIÓN



Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como un producto (multiplicación). Luego entonces, hallar el producto y descomponerlo en factores primos son dos procesos inversos.



Cuando factorizamos, debemos entender que la descomposición que se efectúa debe ser la más completa posible, es decir, hasta que todos sus factores sean primos entre sí.

PRUEBA GENERAL DE LOS FACTORES: En todos los casos de factorización que verás, la prueba general de los factores, consiste en multiplicar los factores primos que se obtienen, y ese producto tiene que ser igual a la expresión factorizada. Esta prueba funciona como comprobación de la factorización.

1. FACTOR COMÚN MONOMIO

$$\begin{array}{c} \text{entre} \\ \hline 16x^7 - 24x^3 = 8x^3 (2x^4 - 3) \\ \hline \text{entre} \end{array}$$

Existe factor común cuando una misma cantidad (número y/o letra) está presente en **todos los términos** de la expresión a factorizar. Para obtener el factor común monomio debemos seguir los siguientes pasos:

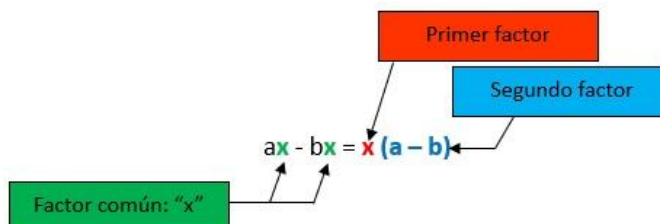
1. Extraer el factor común **numérico** (MCD: máximo común divisor de los coeficientes)
2. Extraer el factor común **literal** (MCD: variable que está en todos los términos del polinomio con el menor exponente entre ellos).

De 1 y 2 se obtiene el factor común monomio.

3. Ahora procedemos a dividir cada término del polinomio a factorizar entre el factor común calculado, y se escribe como el producto de dos factores. El primero, será el factor común obtenido y el segundo serán los cocientes obtenidos, separados por los signos del polinomio.

Ejemplo 1:

Descomponer en factores primos: $ax - bx$



Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

Ejemplo 2:

$$8m^2 - 6n^3 = 2(4m^2 - 3n^3) \quad MCD(8, 6) = 2 - \text{factor sólo numérico}$$

$$b - 3ab^2 = b(1 - 3ab) \quad MCD(b, b^2) = b - \text{factor sólo literal}$$

$$4x^3 - 8x^2 = 4x^2(x - 2) \quad MCD(4, 8) = 4; MCD(x^3, x^2) = x^2 - \text{factor común compuesto } 4x^2$$

$$10x^3 + 5x^2 + 20x = 5x(2x^2 + x + 4)$$

$$16a^3 - 24a^2 + 32a - 8 = 8(2a^3 - 3a^2 + 4a - 1)$$

Recordar: El máximo común divisor literal será la parte literal que contenga el exponente de menor valor.

$$63a^4b - 84a^3b^2 + 42a^2b^3 = 21a^2b(3a^2 - 4ab + 2b^2)$$

Si no te quedó claro el tema te invito a observar el siguiente video:

<https://youtube.com/shorts/wh885dyCaPM?si=x91sj9vsFvC4Xfol>

o este otro:

<https://pruebat.org/Aprende/Materiales/verRecurso/44341/b42b3d9caa4b4d0bc1d44c99d8feca89/406110/1-2>

Te invito a practicar jugando en el siguiente link:

<https://wordwall.net/es/resource/20650978/factorizaci%C3%B3n-factor-com%C3%BAn-identifica-el-factor-com%C3%BAn>

ACTIVIDAD 1:

1. Ahora inténtalo tú en el cuaderno completando la factorización:

a) $3x^2 - 5x = x(\quad \square \quad 5)$

b) $-5x^2 - 15x^4 = \square \quad (1 + \quad)$

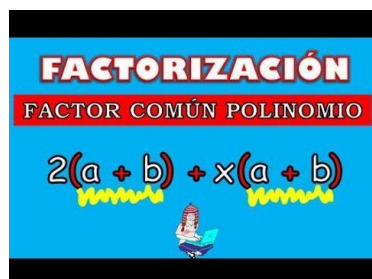
c) $4a^2 - 6a^3 + 2a = 2a(\quad \square \quad 3a^2 + \quad)$

d) $2ax + 12bx + 22cx = \quad (a + \quad + 11c)$

e) $75x^3y^4 - 125x^4y^3 + 25x^3y^3 = \quad (\quad \square \quad \quad \square \quad)$

2. Realizar las 7 preguntas del link de **Khan Academy** y le enseñas el resultado al docente de aula:

<https://es.khanacademy.org/math/algebra2/x2ec2f6f830c9fb89:poly-factor/x2ec2f6f830c9fb89:mono-factor/a/factoring-monomials>



2. FACTOR COMÚN POLINOMIO

Para factorizar un polinomio en que el factor común es otro polinomio, el procedimiento es similar al aplicado para el factor común monomio, excepto que en este caso el factor común será un polinomio. En algunos casos será necesario ordenar y/o agrupar términos

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

Ejemplos:

$$\checkmark a(x+y) - b(x+y) = (x+y)(a-b)$$

factor polinomio

$$\checkmark 2x(x+1) + 3y(x+1) = (x+1)(2x+3y)$$

factor polinomio

$$\checkmark p-1 + 2(p-1) + y(p-1)$$

Paso a Paso

$$= (p-1) + 2(p-1) + y(p-1) \quad \text{Agrupando los dos primeros términos.}$$

$$= (p-1)(1+2+y) \quad \text{Extrayendo el factor común polinomio.}$$

$$= (p-1)(3+y) \quad \text{Reduciendo términos semejantes.}$$

Ejercicio 2: Ahora Intenta completar la siguiente expresión en tu cuaderno:

$$a) 4x(m-n) + 5y(m-n) = (\square)(\square + 5y)$$

Factor común polinomio

$$b) 2(m-n) + 3(m-n) - 3b(m-n) = (\square)(2 + \square)$$

$$= (\square)(\square)$$

$$c) x(a+2) - a-2 + 3(a+2) = x(a+2)(\square) + 3(a+2)$$

$$= (a+2)(x \square + \square)$$

$$= (a+2)(x \square)$$

Afianza tu conocimiento sobre el tema observando el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=FYvoPxPg2k0>

ACTIVIDAD 2

EJERCICIOS FINALES DE MONOMIOS Y POLINOMIOS PARA REALIZAR EN EL CUADERNO (AFIANZAMIENTO)

- $x^2 + xy$
- $5a + 10b^2$
- $68ab^2 + 51a^2c - 34ac^2$
- $7(x+y) - 5(x+y) + 8(x+y)$
- $21x^2 - 9xy + 33xz - 15x^3y$
- $x(a^2 - 3b) + y(a^2 - 3b) + (a^2 - 3b)$
- $am - 3a + 2b(m-3) + 3c(3-m)$
- $45m^2 - 75m + 15m^4$
- $x^3(x-1) + 1 - x$
- $-8x^3 - 24x^5 - 48x$
- $4y^3 + 8y^2 - 10y - 20y^5$
- $14x^3 - 28x^2y^2 + 56x^4$
- $3a^4 - 4a^3 + 5a^2$
- $62m^3n^2 - 93m^2n^3 + 124m^2n$
- $(1+3a)(x+1) - 2a(x+1) + 3(x+1)$
- $(3m+2n) + x^4(2n+3m) + y^3(3m+2n)$
- $an^2x - 5a^2y^2 - an^2y^2 + 5a^2x$
- $2y(a-1) - 3a(a-1)$
- $6mx + 3bxy - 12mxy - 9bx$
- $m + n^2 - 2a(m+n^2)$
- $2(3a+2b) - 6ay - 4by$
- $3m(x+y+z) - x - y - z$
- $5(y^2+1) - 1 - y^2$
- $6m - 9n + 21nx - 15mx$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

3. Factor Común Por Agrupación De Términos

Cuando no todos los términos de una expresión algebraica tienen un mismo factor común podemos utilizar la agrupación de términos; lo cual consiste en agrupar igual cantidad de términos en paréntesis, separados por el signo de más, de tal forma que cada paréntesis contenga un factor común. Luego aplicamos la factorización por factor común en cada uno de los paréntesis, y posteriormente, si es posible, aplicamos el factor común polinomio.

Ejemplos: Descomponer utilizando el factor común por agrupación de términos:

✓ $5n - 2n^2 - 15m + 6mn$ **Paso a Paso**
 $(5n - 2n^2) + (-15m + 6mn)$ *Se agrupan dos a dos los términos del polinomio que tienen factor común.*
 $n(5 - 2n) - 3m(5 - 2n)$ *Se aplica factor común monomio a cada paréntesis.*
 $(5 - 2n)(n - 3m)$ *Se aplica factor común polinomio.*

✓ $2xy + xz - 6y - 3z$ **Paso a Paso**
 $(2xy + xz) + (-6y - 3z)$ *Se agrupan dos a dos los términos del polinomio que tienen factor común.*
 $x(2y + z) - 3(2y + z)$ *Se aplica factor común monomio a cada paréntesis.*
 $(2y + z)(x - 3)$ *Se aplica factor común polinomio.*

En ocasiones es posible efectuar otro tipo de asociación de términos y de igual manera se llega a la respuesta. Resolvamos el ejercicio anterior efectuando otro tipo de agrupación

$$\begin{aligned} &2xy + xz - 6y - 3z \\ &(2xy - 6y) + (xz - 3z) \\ &2y(x - 3) + z(x - 3) \\ &(x - 3)(2y + z) \end{aligned}$$

✓ $2ax + 2bx - ay + 5a - by + 5b$ **Paso a Paso**
 $(2ax - ay + 5a) + (2bx - by + 5b)$ *Agrupo los términos que tienen factor común.*
 $a(2x - y + 5) + b(2x - y + 5)$ *Aplico el factor común monomio de cada grupo.*
 $(2x - y + 5)(a + b)$ *Aplico el factor común polinomio.*

Te invito a observar los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=y_mkvBoYz-Y

<https://www.youtube.com/watch?v=Jlxtaa-L3f0>

ACTIVIDAD 3.

1. Ahora intenta completar en tu cuaderno la factorización de estos polinomios:

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

a) $8a^3 + 8a^2 + a + 1$

$$= (\quad \square \quad 8a^2) + (a \square \quad)$$

$$= 8a^2 (\quad \square \quad) + (a + 1)$$

$$= (\quad \square \quad) (\quad \square \quad)$$

b) $x^2y^2 - 3xy^2 - 4x + 12$

$$= (x^2y^2 \square \quad) + (-4x \square \quad)$$

$$= \quad (\quad \square \quad) \square \quad (x \square \quad)$$

$$= (\quad \square \quad) (\quad \square \quad)$$

2. En el siguiente listado de expresiones algebraicas, clasifique las mismas en Factor Común Monomio, Factor Común Polinomio o Factor Común por Agrupación. Coloque A, B o C como sea el caso

A. F. Común Monomio

B. F. Común Polinomio

C. F. Común por Agrupación

___ $x^2 - a^2 + x - a^2x$

___ $x(a + 2) - a - 2 + 3(a + 2)$

___ $4m^3 - m^2$

___ $(a + 3)(a + 1) - 4(a + 1)$

___ $48xy^2 - 96x^2 + 144$

___ $6ab + 3a + 1 + 2b$

___ $(x + 2)(x - 1) - (x - 1)(x - 3)$

___ $c^3 + c^5 - c^7 - c^9$

___ $2a^2 + 15b + 5ab + 6a$

___ $9m^3n^2 - 27mn^3$

3. Realiza ejercicios a través del juego en el siguiente enlace:

<https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/identifica-el-caso-de-factorizacion>

3. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Se identifica por tener tres términos, de los cuales dos tienen raíces exactas, y el restante equivale al doble producto de las raíces. Un **trinomio cuadrado perfecto** es el desarrollo de un **binomio al cuadrado**. Para solucionar un Trinomio cuadrado perfecto debemos:

1. organizar los términos dejando de primero y de tercero los términos que tengan raíz cuadrada.
2. extraemos la raíz cuadrada del primer y tercer término y los escribimos en un paréntesis, separándolos por el signo que acompaña al segundo término.
3. el paréntesis elevamos todo el binomio al cuadrado.

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

EJEMPLO1:

a) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

b) $4x^2 - 20xy + 25y^2 =$
 $(2x - 5y)(2x - 5y) = (2x - 5y)^2$

c) $16 + 40x^2 + 25x^4 =$
 $(4 + 5x^2)(4 + 5x^2) = (4 + 5x^2)^2$

d) $9b^2 - 30a^2b + 25a^4 =$
 $(3b - 5a^2)(3b - 5a^2) = (3b - 5a^2)^2$

e) $400x^{10} + 40x^5 + 1 =$
 $(20x^5 + 1)(20x^5 + 1) = (20x^5 + 1)^2$

EJEMPLO2:

1 $x^2 - 2x + 1 =$
 $= (x - 1)^2$

4 $x^2 + 10x + 25 =$
 $= (x + 5)^2$

2 $x^2 - 6x + 9 =$
 $= (x - 3)^2$

5 $x^2 + 14x + 49 =$
 $= (x + 7)^2$

3 $x^2 - 20x + 100 =$
 $= (x - 10)^2$

Te invito a observar el siguiente video para afianzar el tema:

<https://www.youtube.com/watch?v=YAENVrFtO6E>

Practica jugando:

<https://wordwall.net/es/resource/11150846/trinomio-cuadrado-perfecto>

ACTIVIDAD 4.

1. Gamificación: Visita el siguiente link y desarrolla los ejercicios que allí aparecen:

<https://wordwall.net/es/resource/11010922/trinomio-cuadrado-perfecto>

Luego envíale el pantallazo de tus resultados al docente

2. Práctica: Realiza los siguientes ejercicios en el cuaderno:

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

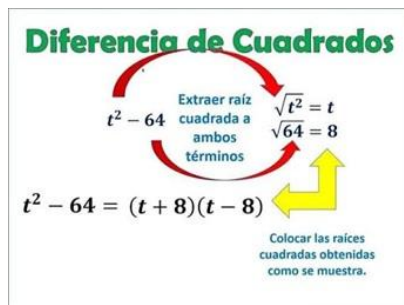
- 1) $x^2 + 4x + 4 =$
- 2) $x^2 - 6x + 9 =$
- 3) $m^2 + 8m + 16 =$
- 4) $a^2 - 14a + 49 =$
- 5) $x^2 + 18x + 49 =$
- 6) $1 - 4x + 4x^2 =$
- 7) $9 + 6y + y^2 =$
- 8) $x^2 - 2x + 1 =$
- 9) $1 + 49a^2 - 14a =$
- 10) $a^2 + 2ab + b^2 =$
- 11) $m^2 - 2mn + n^2 =$

- 12) $a^2 - 6ab^2 + 9b^4 =$
- 13) $16 + 40x^2 + 25x^4 =$
- 14) $a^2 - 10a + 25 =$
- 15) $36 + 12m^2 + m^4 =$
- 16) $4a^2 - 12ab + 9b^2 =$
- 17) $9m^2n^2 + 42mn + 49 =$
- 18) $1 - 2a^3 + a^6 =$
- 19) $18a^4 + 81 + a^8 =$
- 20) $-2a^3b^3 + a^6 + b^6 =$
- 21) $4x^2 + 9y^2 - 12xy =$
- 22) $9b^2 - 30a^2b + 25a^4 =$

5. DIFERENCIA DE CUADRADOS



Se identifica por tener **dos términos elevados al cuadrado y unidos por el signo menos**. Se resuelve por medio de dos paréntesis (parecido a los productos de la forma uno positivo y otro negativo). En los paréntesis deben colocarse las raíces.



EJEMPLOS:

- a) $x^2 - 9 = (x + 3).(x - 3)$
- b) $x^2 - y^2 = (x + y).(x - y)$
- c) $b^2 - 1 = (b + 1).(b - 1)$
- d) $x^6 - 4 = (x^3 + 2).(x^3 - 2)$
- e) $36x^2 - a^6b^4 = (6x + a^3b^2).(6x - a^3b^2)$

Observa el siguiente video para reforzar el tema:

<https://www.youtube.com/watch?v=81Nflb3SPk4>

Ahora practica jugando:

<https://wordwall.net/es/resource/4190703/diferencia-de-cuadrados>

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

ACTIVIDAD 5

1. Gamificación: Visita el siguiente link y desarrolla los ejercicios que allí aparecen:

<https://wordwall.net/es/resource/11010922/trinomio-cuadrado-perfecto>

Luego envíale el pantallazo de tus resultados al docente

2. Práctica: Descarga o imprime el siguiente archivo y realiza sus ejercicios:

https://59181a6504.clvaw-cdnwnd.com/3653b9e48111606fe66194411fd1a60c/200005698-632696326b/TALLER%20-diferencia_de_cuadrados.pdf?ph=59181a6504

3. Resuelve:

- | | | | |
|---------------------|----------------------------|---------------------------|--|
| 1) $x^2 - y^2 =$ | 11) $1 - y^2 =$ | 1) $a^6 - b^6$ | 11) $10000 - 1$ |
| 2) $m^2 - n^2 =$ | 12) $121x^2 - 64m^2 =$ | 2) $m^8 - n^8$ | 12) $99, 91$ |
| 3) $a^2 - 9 =$ | 13) $a^2b^2 - 64c^2 =$ | 3) $7x^{16} - 7y^{16}$ | 13) $4x^2 - 81y^4$ |
| 4) $16 - b^2 =$ | 14) $x^4 - 169 =$ | 4) $4a^{13} - 9ab^{12}$ | 14) $-49b^{12} + a^{10}$ |
| 5) $a^2 - 1 =$ | 15) $a^8 - 1 =$ | 5) $16x^9 - 196x$ | 15) $25x^2y^4 - 121$ |
| 6) $4c^2 - 1 =$ | 16) $x^4 - m^8 =$ | 6) $-81 + 9a^{10}$ | 16) $-169y^6 + 100m^2n^4$ |
| 7) $1 - 25a^2b^2 =$ | 17) $49a^4b^4 - 16c^4 =$ | 7) $100 - 900a^{100}$ | 17) $1 - 9a^2b^4c^6d^8$ |
| 8) $49x^2 - 36 =$ | 18) $36a^8 - 100b^{18} =$ | 8) $-a^4 + 144a^2$ | 18) $\frac{a^2}{36} - \frac{x^6}{25}$ |
| 9) $1 - 81m^2 =$ | 19) $196c^4 - 121d^6e^6 =$ | 9) $9x^2y^2z^2 - 9x^2y^2$ | 19) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2z^4}{81}$ |
| 10) $a^2 - 144 =$ | 20) $225a^2 - 144b^2 =$ | 10) $12a^8 - 3b^2c^2$ | 20) $\frac{x^6}{49} - \frac{4a^{10}}{121}$ |

6. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICION Y SUSTRACCION

Existen algunos trinomios, en los cuales su primer y tercer términos son cuadrados perfectos (tienen raíz cuadrada exacta), pero su segundo términos no es el doble producto de sus raíces cuadradas.

$x^2 + 2x + 9$, no es un trinomio cuadrado perfecto.

Para que un trinomio de estos se convierta en un trinomio cuadrado perfecto, se debe sumar y restar un mismo número (semejante al segundo término) para que el segundo término sea el doble producto de las raíces cuadradas del primer y último término. A este proceso se le denomina **completar cuadrados**.

Ejemplo1:

Factorizar $x^4 + 3x^2 + 4$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

SOLUCIÓN $x^4 + 3x^2 + 4$

Raíz cuadrada de x^4 es x^2

Raíz cuadrada de 4 es 2

Doble producto de la primera raíz por la segunda: $2(x^2)(2) = 4x^2$

El trinomio $x^4 + 3x^2 + 4$ no es trinomio cuadrado perfecto, entonces:

$$x^4 + 3x^2 + 4$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 3x^2 + 4 \\ + x^2 \quad - x^2 \text{ Se suma y se resta } x^2 \end{array}$$

$$= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 \text{ Se asocia convenientemente}$$

$$= (x^2 + 2)^2 - x^2 \text{ Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto}$$

$$= [(x^2 + 2) - x] [(x^2 + 2) + x] \text{ Se factoriza la diferencia de cuadrados}$$

$$= (x^2 + 2 + x)(x^2 + 2 - x) \text{ Se eliminan signos de agrupación}$$

$$= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \text{ Se ordenan los términos de cada factor.}$$

$$\text{Entonces: } x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 - x + 2)(x^2 - x + 2)$$

Ejemplo2:

Factorizar $x^4 + x^2 + 1$

1. Extraer raíces de los extremos: $\sqrt{x^4} = x^2$ y $\sqrt{1} = 1$.

2. Hallar el término central correcto: El doble producto de las raíces es $(2)(x^2)(1) = 2x^2$.

3. Adición y sustracción: Como tenemos x^2 pero necesitamos $2x^2$, sumamos y restamos x^2 .

$$\begin{array}{r} x^4 + x^2 + 1 \\ + x^2 \quad - x^2 \\ \hline (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 \end{array} \leftarrow$$

4. Factorizar el TCP: $(x^2 + 1)^2 - x^2$.

5. Diferencia de cuadrados: Se resuelve como la suma por la diferencia de las raíces:
 $(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x)$

Te invito a reforzar el tema observando los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=-h8XGI2Bljk>

<https://www.youtube.com/watch?v=K3BPWB1IBqs>

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

Actividad 6:

Resuelve los siguientes ejercicios

a) $m^4 + 6m^2 + 25$.

b) $m^4 + m^2n^2 + n^4$

c) $x^8 + 3x^4 + 4$

d) $a^4 + 2a^2 + 9$

e) $a^4 - 3a^2b^2 + b^4$

f) $4x^4 - 29x^2 + 25$

g) $16m^4 - 25m^2n^2 + 9n^4$

h) $25a^4 + 54a^2b^2 + 49b^4$

i) $81m^8 + 2m^4 + 1$

j) $49x^8 + 76x^4y^4 + 100y^8$

TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

Expresiones como $x^2 + 5x + 6$, $a^4 + 3a^2 - 10$, son trinomios de la forma $x^2 + bx + c$.

Los trinomios de esta forma tienen las siguientes características:

1. El coeficiente del primer término es 1.
2. La **variable** del segundo término es la misma que la del primer término, pero con exponente a la mitad.
3. El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo términos del trinomio.

Para factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, se buscan dos números m y n, tales que,

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n); \text{ donde } m + n = b \text{ y } m \cdot n = c$$

Esto quiere decir, que la **suma o resta** de estos dos números sea igual al **coeficiente del segundo término** y su **producto** sea el **tercer término**; los signos de los factores son:

en el primer factor se escribe el signo del segundo término del trinomio y para el segundo factor se multiplican el signo del segundo término con el signo del tercer término.

Ejemplos:

Factorizar.

1. $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

2. $a^4 - 7a^2 - 30 = (a^2 - 10)(a^2 + 3)$

3. $m^2 + abcm - 56a^2b^2c^2 = (m + 8abc)(m - 7abc)$

Resuelve los siguientes ejercicios

Actividad 7:

1) $x^2 + 7x + 10 =$

2) $x^2 - 5x + 6 =$

3) $a^2 + 4a + 3 =$

4) $y^2 - 9y + 20 =$

5) $x^2 - 6 - x =$

6) $x^2 - 9x + 8 =$

7) $c^2 + 5c - 25 =$

8) $a^2 + 7a + 6 =$

9) $12 - 8n + n^2 =$

10) $a^2 + 10x + 21 =$

11) $y^2 - 12y + 11 =$

12) $x^2 - 7x - 30 =$

13) $n^2 + 6n - 16 =$

14) $20 + a^2 - 21a =$

15) $-30 + y + y^2 =$

16) $28 + a^2 - 11a =$

17) $n^2 - 6n - 40 =$

18) $x^2 - 5x - 36 =$

19) $a^2 - 2a - 35 =$

20) $x^2 + 15x + 56 =$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

Expresiones como $2x^2 + 3x - 2$, $6a^4 + 7a^2 + 2$,
 $7m^6 - 33m^3 - 10$, son trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$.

Los trinomios de esta forma presentan las siguientes características:

1. El coeficiente del primer término es diferente de 1.
2. La variable del segundo término es la misma que la del primer término, pero con exponente a la mitad.
3. El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo términos del trinomio. Para factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, existen varias formas, a continuación, se describirá una de ellas.

Ejemplo:

Factorizar $15x^4 - 23x^2 + 4$

$$= \underline{15(15x^4 - 23x^2 + 4)}$$

15



$$= \underline{(15x^2)^2 - 23(15x^2) + 60}$$

15

$$= \underline{(15x^2 - 20)(15x^2 - 3)}$$

15

Se multiplica y se divide el trinomio por el coeficiente del primer término.

Se resuelve el producto del primero y tercer término dejando indicado el del segundo Término

Se factoriza como en el caso del trinomio de la forma $x^2 + bx + c$,

ósea, se buscan dos números que Multipliquados de 60
y sumados 23. (Se suman por que los signos de los dos factores son iguales)

$$= \underline{5(3x^2 - 4) \cdot 3(5x^2 - 1)}$$

5 . 3

Se factorizan los dos binomios resultantes sacándoles factor común monomio, se descompone el 15 y por último dividir,

$$15x^4 - 23x^2 + 4 = \underline{(3x^2 - 4)(5x^2 - 1)}$$

Te invito a observar el siguiente video sobre el tema:

<https://www.youtube.com/watch?v=xZHGI-RUgHs>

Actividad 8:

Resuelve en tu cuaderno:

a) $2x^2 + 3x - 2$

b) $3x^2 - 5x - 2$

c) $6x^2 + 7x + 2$

d) $5x^2 + 13x - 6$

e) $6x^2 - 5x - 6$

f) $12x^2 - x - 6$

g) $4a^2 + 15a + 9$

h) $10x^2 + 11x + 3$

i) $12m^2 - 13m - 35$

j) $20y^2 + y - 1$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

 Definición y fórmula	 Ejemplos resueltos	 Videos interactivos	 Juegos y práctica
Aprende qué es el cubo perfecto de un binomio y cómo se obtiene a partir de la expresión general: $(a + b)^3$, identificando cada uno de sus términos y el patrón que se repite.	Observa paso a paso cómo desarrollar y simplificar cubos de binomios con números y letras, para que puedas reconocer el procedimiento y evitar errores comunes.	Refuerza lo aprendido con videos cortos y claros donde se explican los conceptos clave, se resuelven ejercicios y se muestran estrategias para recordar la fórmula.	Pon a prueba tus conocimientos con juegos, retos y actividades dinámicas que te ayudarán a dominar el cubo perfecto de binomios de forma entretenida.

Su forma desarrollada es un cuatrinomio (polinomio de cuatro términos) que obedece a la estructura:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Una expresión algebraica ordenada con respecto a una letra es un cubo perfecto, si cumple las siguientes condiciones:

1. Tener cuatro términos
 2. El primer y último término sean cubos perfectos (tienen raíz cúbica exacta).
 3. El segundo término es tres veces el producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del último término.
 4. El tercer término sea tres veces, el producto de la raíz del primer término por el cuadrado de la raíz del último término.
 5. El primer y tercer términos son positivos, el segundo y el cuarto términos tienen el mismo signo (positivo o negativo).
- Si todos los términos son positivos, el polinomio dado es el cubo de la suma de las raíces cúbicas del primer y último término. Y si los términos son alternadamente positivos y negativos el polinomio dado es el cubo de la diferencia de las raíces .

RECUERDA: La raíz cúbica de un monomio se obtiene extrayendo la raíz cúbica de su coeficiente y dividiendo el exponente de cada letra entre 3.

Ejemplo de factorización

Si tenemos el polinomio $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$:

1. Extraemos las raíces cúbicas del primer y último término: $\sqrt[3]{x^3} = x$ y $\sqrt[3]{8} = 2$.
2. Comprobamos el segundo término: $3(x)(2) = 6x^2$.
3. Comprobamos el tercer término: $3(x)(2)^2 = 3(x)(4) = 12x$.
4. Como todas las condiciones se cumplen y los signos son todos positivos, la factorización es: $(x + 2)^3$.

Ejemplo2:

$$\begin{aligned}(x + 3)^3 &= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 + 3^3 \\ &= x^3 + 9x^2 + 27x + 27\end{aligned}$$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

Ejemplo3:

$$\begin{aligned}(2x - 3)^3 &= (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 3^3 \\ &= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27\end{aligned}$$

Ejemplo4:

$$\begin{aligned}(x + 2)^3 &= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 \\ &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8\end{aligned}$$

Ejemplo5:

$$\begin{aligned}(3x - 2)^3 &= (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 - 2^3 \\ &= 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8\end{aligned}$$

Ejemplo6:

$$\begin{aligned}(2x + 5)^3 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2x \cdot 5^2 + 5^3 \\ &= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125\end{aligned}$$

Te invito a observar el siguiente video sobre el tema:

https://www.youtube.com/watch?v=DL2_O48dy5M

Te invito a que practiques jugando:

<https://wordwall.net/es/resource/32740579/cubo-de-un-binomio>

Actividad 9:

Realiza en tu cuaderno los siguientes ejercicios:

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ }

b) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

c) $-x^3 - 75x - 15x^2 - 125$

d) $64x^3 + 144x^2 + 108x + 27$

e) $a^3b^3 + 3a^2b^2x + 3abx^2 + x^3$

f) $x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8$

g) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

h) $a^3x^3 + 6x^2a^2b + 12axb^2 + 8b^3$

i) $-x^3 - 12x^2 - 48x - 64$

j) $8 - 36x + 54x^2 - 27x^3$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

La suma y la diferencia de cubos perfectos son casos especiales de factorización que permiten simplificar expresiones algebraicas y resolver ecuaciones de forma más rápida. Un **cubo perfecto** es un número o expresión que puede escribirse como algo elevado a la tercera potencia, por ejemplo: a^3 , $8 = 2^3$, $27x^3 = (3x)^3$. Reconocer estos patrones es clave para aplicar correctamente las fórmulas y evitar errores de signo.

Fórmulas básicas

- **Suma de cubos:** $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- **Diferencia de cubos:** $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Observa que en ambos casos el primer paréntesis conserva las raíces cúbicas ($a \pm b$) y el segundo paréntesis siempre tiene tres términos con cuadrados y producto, pero con signos diferentes según sea suma o diferencia.

Cómo identificar cubos perfectos

Para aplicar estas fórmulas, primero debes reconocer si cada término es un cubo perfecto:

- Revisa si el número tiene raíz cúbica exacta: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729...
- Verifica si las variables tienen exponente múltiplo de 3: x^3 , y^6 , a^9 , etc.
- Escribe cada término como potencia de exponente 3: por ejemplo, $8x^3 = (2x)^3$, $27y^3 = (3y)^3$.

Una vez que expresas cada término como a^3 y b^3 , puedes identificar si se trata de una suma ($a^3 + b^3$) o una diferencia ($a^3 - b^3$) y aplicar la fórmula correspondiente.

Ejemplos resueltos: suma de cubos

Ejemplo 1: Factoriza $8x^3 + 27$

1. Identificamos cubos perfectos:

$8x^3 = (2x)^3$ y $27 = 3^3$, por lo tanto $a = 2x$ y $b = 3$.

2. Aplicamos la fórmula $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$:

$$\begin{aligned} 8x^3 + 27 &= (2x)^3 + 3^3 = (2x + 3)((2x)^2 - (2x)(3) + 3^2) \\ &= (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9) \end{aligned}$$

Ejemplo 2: Factoriza $x^3 + 64$

$x^3 + 64 = x^3 + 4^3$, entonces $a = x$ y $b = 4$:

$$x^3 + 64 = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$$

Ejemplos resueltos: diferencia de cubos

Ejemplo 3: Factoriza $27y^3 - 8$

1. Identificamos cubos perfectos:

$27y^3 = (3y)^3$ y $8 = 2^3$, por lo tanto $a = 3y$ y $b = 2$.

2. Aplicamos la fórmula $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$:

$$\begin{aligned} 27y^3 - 8 &= (3y)^3 - 2^3 = (3y - 2)((3y)^2 + (3y)(2) + 2^2) \\ &= (3y - 2)(9y^2 + 6y + 4) \end{aligned}$$

Ejemplo 4: Factoriza $x^3 - 125$

$x^3 - 125 = x^3 - 5^3$, entonces $a = x$ y $b = 5$

$$x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

Aplicaciones y representación visual

La suma y diferencia de cubos aparecen en problemas de geometría (volúmenes de cubos y prismas), en ecuaciones polinómicas y en simplificación de expresiones algebraicas complejas. Visualmente, un cubo perfecto representa el volumen de un cubo de lado a , es decir, a^3 . La suma de cubos puede interpretarse como la combinación de dos volúmenes cúbicos, mientras que la diferencia de cubos representa el volumen que queda al retirar un cubo más pequeño de uno mayor.

En videos educativos suele mostrarse cómo se descompone un cubo en partes más pequeñas para ilustrar por qué las fórmulas tienen esos términos y signos. Estos recursos visuales ayudan a entender que no son reglas arbitrarias, sino que tienen una base geométrica.

Ideas de videos para reforzar el tema

Aunque aquí no se insertan videos directamente, puedes buscar y trabajar con los siguientes tipos de recursos audiovisuales:

Video 1: <https://www.youtube.com/watch?v=SI5ehtXltwQ&t=370s>

Explicación paso a paso de las fórmulas de suma y diferencia de cubos con animaciones geométricas.

Video 2: https://www.youtube.com/watch?v=s_rCTHqCrP0

Ejercicios resueltos de factorizar expresiones como $8x^3 + 27$, $x^3 - 64$, $125a^3 + 1$, etc.

Video 3: https://www.youtube.com/watch?v=B_ULS_mhe7k&t=5s

Aplicaciones en problemas de volumen y en resolución de ecuaciones cúbicas sencillas.

Actividad 10:

A continuación, se proponen actividades para reforzar el aprendizaje de la suma y diferencia de cubos perfectos. Puedes resolverlas en tu cuaderno o utilizarlas como guía para una ficha de trabajo.

1. Identificación de cubos perfectos

- Indica cuáles de las siguientes expresiones son cubos perfectos y escribe su raíz cúbica: $8x^3$, $16y^3$, $27a^3$, 64 , $125m^3$, $9z^3$.

2. Factorización directa

- Factoriza usando suma de cubos:
 - a) $x^3 + 1$
 - b) $8y^3 + 27$
 - c) $125a^3 + 8$.
- Factoriza usando diferencia de cubos:
 - a) $x^3 - 8$
 - b) $27m^3 - 1$
 - c) $64p^3 - 125$.

Más actividades y retos

3. Ecuaciones con suma y diferencia de cubos

- Resuelve las ecuaciones factorizando primero:
 - a) $x^3 - 8 = 0$
 - b) $8x^3 + 27 = 0$
 - c) $27y^3 - 1 = 0$

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

4. Problemas de aplicación

- Un cubo de lado 3 cm se coloca junto a otro de lado 2 cm. Expresa la suma de sus volúmenes como suma de cubos y factorízala.
- De un cubo de lado 5 cm se extrae un cubo de lado 3 cm. Expresa el volumen restante como diferencia de cubos y factorízala.

5. Crea tus propios ejemplos

- Diseña 3 expresiones que sean suma de cubos y 3 que sean diferencia de cubos. Intercámbialas con un compañero para que las factorice.

Al finalizar, revisa tus resultados comparándolos con las fórmulas y corrige cualquier error de signo o de cálculo.

SUMA O DIFERENCIA DE DOS POTENCIAS IGUALES

Explora de forma divertida la **suma y diferencia de dos potencias iguales**. Trabajaremos expresiones del tipo $a^n + b^n$ y $a^n - b^n$, recordando que la base puede cambiar, pero el exponente es el mismo. Verás ejemplos paso a paso, enlaces a videos explicativos y juegos interactivos para practicar mientras te diviertes.

Ejemplos básicos:

- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $2^4 + 3^4 = 16 + 81 = 97$
- $5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

Regla para La diferencia de dos potencias impares iguales

Videos recomendados:

- Introducción y ejemplos: <https://www.youtube.com/watch?v=Q0pZpQ2pQ0k>
- Suma y diferencia de potencias iguales: https://es.educaplay.com/recursos-educativos/21808505-juego_de_parejas_suma_y_diferencia_de_potencias.html
- Ejercicios resueltos paso a paso: <https://www.youtube.com/watch?v=XUNptYoigaQ>

Juegos y recursos interactivos:

- Juego de emparejar potencias: https://es.educaplay.com/recursos-educativos/21808505-juego_de_parejas_suma_y_diferencia_de_potencias.html
- Práctica de exponentes y potencias: <https://wordwall.net/es/resource/14628547/jailuba-suma-o-diferencia-de-potencias-iguales>

Reta a tus amigos a ver quién resuelve más operaciones con potencias iguales en el menor tiempo posible. ¡Mientras más practiques, más fácil se volverá reconocer patrones y aplicar las fórmulas correctas!

Regla para La suma de dos potencias impares iguales

Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados

$(m^5 + n^5)$ es igual a dos factores:

- ✓ el primero es la suma de las raíces de los términos $(m + n)$
- ✓ el segundo es el primer término elevado a la $5 - 1 = 4$,
- ✓ menos el 1º término elevado a la $5 - 2 = 3$ por el 2º término elevado a la 1, más el 1º término elevado a la $5 - 3 = 2$ por el 2º término elevado al cuadrado, menos el 1º término elevado a la $5 - 4 = 1$ por el 2º término elevado al cubo, más el 2º término elevado a la cuarta.

$$(m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4)$$

$(m^5 - n^5)$ es igual a dos factores:

- ✓ el primero es la diferencia de las raíces de los términos $(m - n)$
- ✓ el segundo es el primer término elevado a la $5 - 1 = 4$, más el 1º término elevado a la $5 - 2 = 3$ por el 2º término elevado a la 1, más el 1º término elevado a la $5 - 3 = 2$ por el 2º término elevado al cuadrado, más el 1º término elevado a la $5 - 4 = 1$ por el 2º término elevado al cubo, más el 2º término elevado a la cuarta.

Ejemplo: Factorar $x^5 + 32$

1. Encontramos la raíz quinta de los términos:
raíz quinta de $x^5 = x$; raíz quinta de $32 = 2$

2. formamos el primer factor con las raíces: $(x + 2)$

3. Formamos el segundo factor:

$$(x^4 - x^3(2) + x^2(2)^2 - x(2)^3 + (2)^4) = (x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

$$x^5 + 32 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16) \text{ Solución}$$

Actividad 11

Responde en el cuaderno:

- | | |
|-----------------|---------------------|
| a) $a^5 + 1$ | i) $x^7 + 128$ |
| b) $a^5 - 1$ | j) $243 - 32b^5$ |
| c) $1 - x^5$ | k) $a^5 + b^5c^5$ |
| d) $a^7 + b^7$ | l) $m^7 - a^7x^7$ |
| e) $m^7 - n^7$ | m) $a^7 - 2187$ |
| f) $a^5 + 243$ | n) $x^{10} + 32y^5$ |
| g) $32 - m^5$ | o) $1 + 128x^4$ |
| h) $1 + 243x^5$ | |

HETEROEVALUACIÓN: La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:

• Saber Hacer (50%):

- a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.
- b. Ejercicios de Prueba.

• Saber (25%):

- a. Prueba Bimestral

• Ser - Convivir (25%):

- a. Normas de Convivencia.
- b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
- c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
- d. Autoevaluación y Coevaluación.



Ing. Carlos Fernando Ortega

T.P.25255239726 CND – COPNIA

Todos los derechos reservados



AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION:

Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe8K6emBxx7juVipbyPzTOGq_10Rg7a2XDDfxaai pio4DKZTA/viewform?usp=pp_url

AUTOEVALUACION COMPONENTE HACER Y SER - CONVIVIR
(La realiza el estudiante)
fortega2002b@gmail.com [Cambiar de cuenta](#)
 No compartido
* Indica que la pregunta es obligatoria

Institución Educativa Lagunilla - Sede San Pablo

Nombre
Tu respuesta

Grado
☐ Sexto