



Grado 8 - Periodo 3

Matemáticas

$$(x + a)(x + b)$$

TEMAS: Proporcionalidad Factorización

1- Factorización (expresiones algebraicas), 2-Factorización (factor común monomio, agrupación de términos, 3-Factorización de binomios (diferencia de cuadrados, cubo perfecto de binomio), 4-trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrado perfecto.

DBA9. Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.

ESTANDAR BÁSICO DE COMPETENCIA:

Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS:

1. MCD (Máximo Común Divisor)

Para recordar el tema te invito a observar el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=WD4rGWCRBYU>

2. Leyes de los exponentes:

https://www.youtube.com/watch?v=ainnIQ_Owq8

FACTORIZACIÓN

1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS



Es una combinación de cantidades numéricas y literales, relacionadas por las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. Las letras reciben el nombre de **variables**.

Ejemplo:

Las siguientes expresiones son algebraicas:

$$2X^3 + 5XY \quad \sqrt{a - 3ab}$$

$$\frac{\sqrt{m} + n - 4}{(m + 3)^2 - \sqrt{m}}$$

1.1. Tipos de expresiones algebraicas:

a. Expresiones algebraicas enteras: En ellas intervienen las operaciones básicas y los exponentes de las variables son números enteros positivos.

b. Expresiones algebraicas fraccionarias: Tienen algunas variables en el denominador.

Ejemplo:

$$6x - 58z$$

$$\frac{2X-1}{-2}$$

$$2X^2 - 4XY^2 + 6Y^3$$



C. Expresiones algebraicas irracionales: Contienen expresiones radicales en sus términos o variables con exponente racional no entero

Ejemplo:

$$5m + 8\sqrt{a}y - \frac{1}{3}y^2 - z^{\frac{1}{5}}$$

1.2. Valor numérico de una expresión algebraica

Es el resultado que se obtiene de sustituir la parte literal de la expresión algebraica por números determinados y aplicar las operaciones indicadas en la expresión.

Ejemplo:

Para calcular el valor numérico de $\frac{\frac{a^2}{b^2} + \frac{4b^2}{a^2}}{\frac{a^2}{8b}} + ab + \frac{a}{b}$, para **a=4** y **b=2** se sustituyen las variables por los valores dados, es decir, por **a=4** y **b=2**. Después, se aplican las operaciones correspondientes.

$$\frac{\frac{4^2}{2^2} + \frac{4 \cdot 2^2}{4^2}}{\frac{4^2}{8 \cdot 2}} + 4 \cdot 2 + \frac{4}{2} = \frac{\frac{16}{4} + \frac{16}{16}}{\frac{16}{16}} + 8 + \frac{4}{2} = \frac{4+1}{1} + 8 + 2 = 15$$

Sino te quedó claro el tema observa el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=jVBNi2gzYqA>

Actividad 1

1. Escriba las expresiones algebraicas correspondientes a cada uno de los anunciados:

Enunciado	Expresión algebraica
El 20% de un número	
El área de un triángulo de 9 Cm de altura y base desconocida	
El doble de la edad que tendré dentro de seis años	
El área de un rectángulo del que se sabe que su base es la mitad de su altura.	
La diferencia de los cuadrados de dos números.	

2. Determinar el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas sabiendo que:

x = -2, y = 3, z = 4

a. $3x^2y - 2xy^2$

b. $-\frac{1}{2}x^3y^2 + 3x^2z^2$

c. $x^2(y - 2) - y(x + 2) + 3y^3$

d. $\frac{2}{3}x^3y^2z - 5x^2y^3z^2 + 10$

e. $\frac{3}{4}xy^2z^3 - x^2y^3z^2 + x^3y^2z^3 - \frac{1}{2}$



3. La energía potencial está dada por la expresión $E_p = mgh$, donde m es la masa, g es la gravedad ($g=9,8 \text{ m/s}^2$) y h la altura

Según esta información completa la tabla

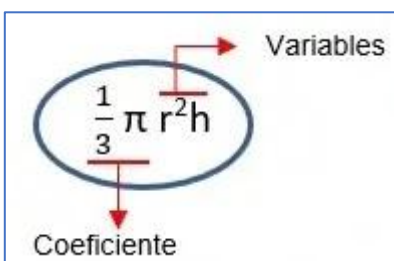
E_p				
M	0,2 Kg	0,5 Kg	0,75 Kg	0,8 Kg
h	1,5 m	2 m	0,8 m	1,2 m

4. Ve al siguiente link y realizar el juego en línea y al terminar envía el pantallazo al docente:

<https://wordwall.net/es/resource/4274181/expresiones-algebraicas/expresiones-algebraicas>

2. MONOMIOS

2.1. Elementos de un monomio



Un monomio está formado por:

- Un **coeficiente**, que es la parte numérica
- Una **parte literal o variable**, constituida por las variables y sus exponentes naturales.

El **grado absoluto** de un monomio corresponde a la suma de todos los exponentes de las variables.

GRADO ABSOLUTO DE UN MONOMIO

$$7x^3y^8z^4 = 15$$

POLINOMIOS 🖐️

$$x^3y^4 - 8x^7 \rightarrow \text{HOMOGÉNEO}$$
$$a^2 + 3b^5 \rightarrow \text{HETEROGÉNEO}$$

Si dos o más monomios tienen el mismo grado absoluto, son **homogéneos**. De lo contrario, son **heterogéneos**.

Ejemplo1:

$-\frac{7}{5}x^3y^4$ Es un monomio porque tiene dos variables, x , y , el coeficiente $\frac{7}{5}$, es un número real y los exponentes, 3 y 4 son números positivos

$\frac{4}{m^2}$ **no es un monomio** porque $\frac{4}{m^2}$ es igual a $4m^{-2}$ y, **-2** es un entero negativo.

Ejemplo2:

El grado absoluto de $-3ab^2$ es **3** y el de $5x^3y^2$ es **5**, luego, $-3ab^2$ y $5x^3y^2$ son heterogéneos.



2.2. Monomios Semejantes

Si los monomios tienen la misma **parte literal (Variables)**, se dice que son **monomios semejantes**.

Ejemplo:

$3ax^4y^5$, $2ax^4y^5$, $-\frac{7}{5}ax^4y^5$ son monomios semejantes. Por su parte, axy^3 , $3a^2x^4y^5$, $-2bx^4$ no son monomios semejantes

Por lo tanto, dos monomios semejantes solo se diferencian en los coeficientes.

Para afianzar el tema observa el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=iPZRUuyUp8o>

Actividad2:

Realizar los ejercicios en el siguiente link sobre monomio. Al terminar envía el pantallazo con la calificación al docente por el WP.

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/ejercicios-de-monomios.html>

3. FACTORIZACIÓN

3.1. FACTOR COMÚN MONOMIO

TEN EN CUENTA:

Un factor común monomio, es el factor que está presente en cada término del polinomio. En el caso de los **coeficientes numéricos** el factor común es el mayor divisor posible entre ellos

Ejemplo: Factorizar 8

Respuesta $8 = (4)(2)$

y el factor común literal está conformado por el o los elementos de la **parte literal (letra)** presentes en todos los términos con el menor exponente.

Ejemplo:

$$16x^2 = (8x)(2x)$$

$$24xz = (8x)(3z)$$

Factorizar un número es dar como respuesta dos factores, tales que al multiplicarlos nos den el número dado.

FACTOR COMÚN MONOMIO

Para factorizar el polinomio, se escribe el factor común monomio multiplicado por el polinomio resultante de dividir cada término del polinomio original entre el factor común monomio.

$$12x^2 - 18x + 24 = 6(2x^2 - 3x + 4)$$
$$5y^3 + 15y^2 - 25y = 5y(y^2 + 3y - 5)$$



Pasos para factorizar expresiones algebraicas:

1. Hallar el Máximo Común Divisor de los Coeficientes.
2. Hallar la(s) variable(s) común con su menor exponente.
3. Dividir la expresión dada entre el factor común encontrado.
4. Agrupamos términos

No te olvides que al dividir los exponentes SE RESTAN

Ejemplo:

$$\text{Factoriza } 15x^4 - 5x^3 + 25x^2$$

Paso 1: Halla el máximo común divisor $MCD(15, 5, 25) = 5$

Paso 2: Halla el máximo común divisor de la parte literal

$$MCD(x^4, x^3, x^2) = x^2$$

Paso 3: Escribir cada término utilizando el factor común obtenido

$$\begin{aligned} 15x^4 &= (5x^2)(3x^2) \\ -5x^3 &= -(5x^2)(x) \\ 25x^2 &= (5x^2)(5) \end{aligned}$$

Paso 4: Agrupamos términos

$$15x^4 - 5x^3 + 25x^2 = 5x^2(3x^2 - x + 5)$$

Y LISTO...

Otros ejemplos:

Ejemplo 1:

Para factorizar por completo $10x^3$, podemos escribir la factorización en primos de 10 como $2x^5$ y escribir x^3 , como $x \cdot x \cdot x$. Por lo tanto, esta es la factorización completa de $10x^3$

$$10x^3 = 2 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot x$$

Ejemplo 2:

$$8x^5 = (2x^2)(4x^3)$$

Ejemplo 3:

$$20x^6 = (2x)(10x^5)$$

Ejemplo 4:

$$20x^6 = (4x^3)(5x^3)$$



Actividad 3:

1. Factorizar utilizando los 4 pasos anteriores:

$$25x^4 - 30x^3 + 5x^2$$

$$3x^3y^4 - 15x^4y^5 + 6x^5y^5$$

$$3m^3 - 6m^2 - 9m$$

$$2x^2m^3 + 4x^2m - 8x^5m^4$$

2. Relaciona con una flecha la expresión algebraica con su respectiva factorización

Polinomio	Factorización
$24axy^2 - 12bxy^2$	$6n(5a - 7b)$
$22axy + 33bxy$	$3x(4a + 5b)$
$35ab - 21ac$	$7a(5b - 3c)$
$30an - 42bn$	$11xy(2a + 3b)$
$12ax^2y + 12bx^2y$	$8c(4b + 3x)$
$20my - 10ny$	$12xy^2(2a - b)$
$12ax + 15bx$	$10y(2m - n)$
$32bc + 24cx$	$8c(4b + 3x)$

3.2. FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN

Consiste en agrupar entre paréntesis los términos que tienen factor común, separados los grupos por el signo del primer término de cada grupo.

La agrupación puede hacerse generalmente de más de un modo con tal que los dos términos que se agrupen tengan algún factor común, y siempre que las cantidades que quedan dentro del paréntesis después de sacar el factor común en cada grupo, sean exactamente iguales.

Después de lo anterior se utiliza el procedimiento del caso I, Factor Común.

EJEMPLOS:

1. $ax + bx + ay + by$

1. Agrupar términos que tienen factor común: $(ax + bx) + (ay + by)$

2. Factorizamos por método factor común: $x(a + b) + y(a + b)$

3. Formando factores: uno con los términos con factor común y otros con los términos no comunes:

$$(a + b)(x + y), \text{ que es la solución.}$$

2) $3m^2 - 6mn + 4m - 8n$

1. Agrupamos términos que tiene factor común:

$$(3m^2 - 6mn) + (4m - 8n)$$

2. Factorizamos por el método factor común:

$$3m(m - 2n) + 4(m - 2n)$$

3. Volvemos a factorizar:

$$(m - 2n)(3m + 4)$$



3) $ax - 2bx - 2ay + 4by$

1. Agrupar términos con factor común:

$$(ax - 2bx) + (-2ay + 4by)$$

2. Factorizar por medio de factor común:

$$x(a - 2b) - 2y(a - 2b)$$

3. Factorizamos por segunda vez:

$$(a - 2b)(x - 2y)$$

Te invito a observar el siguiente video para que refuerces el tema:

https://www.youtube.com/watch?v=y_mkVBoYz-Y&t=43s

ACTIVIDAD 4:

Resuelve los siguientes ejercicios en tu cuaderno:

1. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$
2. $a^2x^2 - b^2x^2 - a^2y^2 + b^2y^2$
3. $x^2 - y^2 + x - y$
4. $am + an - bm - bn + cm + cn$ (Pista: Agrupa de 3 en 3 o de 2 en 2)
5. $6x^2 + 3xy - 2ax - ay - 4x - 2y$ (Polinomio de 6 términos)
6. $m^3 - m^2n - mn^2 + n^3$
7. $4a^3 - 12a^2b - ab^2 + 3b^3$
8. $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$ (Pista: Los tres primeros términos forman un Trinomio Cuadrado Perfecto)
9. $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$ (Pista: Descompón el $2x^2$ como $x^2 + x^2$ para poder agrupar)
10. $a^2 - b^2 + a + b - ac - bc$



4. FACTORIZACIÓN DE BINOMIOS

Estándar:

En este tema se analizarán los procedimientos, que se pueden usar con un binomio para ser factorizado, tales como la **diferencia de cuadrados**, **suma o diferencia de potencias iguales** y **suma o diferencia de cubos**.

4.1. Diferencia de cuadrados perfectos

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

La diferencia de dos cuadrados es un **teorema** que nos dice si es que una ecuación cuadrática puede ser escrita como un producto de dos binomios, en donde uno muestra la diferencia de las raíces cuadradas y el otro muestra la suma de las raíces cuadradas.

Fórmula:

La fórmula de la diferencia de cuadrados es una forma algebraica que es usada para expresar la diferencia entre dos valores elevados al cuadrado. Una diferencia de cuadrados es expresada en la forma:

$$\begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \end{matrix}$$

Si desarrollamos la operación **2** $(a + b)(a - b)$ llegamos a la conclusión **1**: $a^2 - b^2$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

Ejemplo1:

Factoriza $x^2 - 9$

Paso 1: Decide si es que los términos tienen algo en común: **no tienen nada en común**.

Paso 2: Para factorizar el problema en la forma $(a + b)(a - b)$ necesitamos determinar el valor que tenemos que elevar al cuadrado para obtener x^2 y el valor que tenemos que elevar al cuadrado para obtener **9**. En este caso, tenemos **x** y **3** ya que $(x)(x) = x^2$ y $(3)(3) = 9$.

$$(X + 3)(X - 3)$$

Paso 3: Determina si es que los factores sobrantes pueden ser factorizados: **en este caso no**.



Ejemplo: 2

Factoriza $18x^2 - 98$

Paso 1: Decide si es que los términos tienen algo en común: **tienen en común el 2**

$$2(9X^2 - 49)$$

Paso 2: Para factorizar el problema en la forma $(a + b)(a - b)$ necesitamos determinar el valor que tenemos que elevar al cuadrado para x^2 y el valor que tenemos que elevar al cuadrado para obtener **49**. En este caso, tenemos **3x** y **7** ya que $(3x)(3x) = 9x^2$ y $(7)(7) = 49$

$$2(3X + 7)(3X - 7)$$

Paso 3: Determina si es que los factores sobrantes pueden ser factorizados: **en este caso no.**

en este caso no Prueba del resultado:

$$2(3x + 7)(3x - 7) = 2(9x^2 - \cancel{21x} + \cancel{21x} - 7^2) = 2(9x^2 - 49) = \boxed{18x^2 - 98} \checkmark$$

Ejemplo3:

Factoriza $18x^2 - 98$

Paso 1: Decide si es que los términos tienen algo en común: **tienen en común el 2**

$$2(9X^2 - 49)$$

Paso 2: Para factorizar el problema en la forma $(a + b)(a - b)$ necesitamos determinar el valor que tenemos que elevar al cuadrado para x^2 y el valor que tenemos que elevar al cuadrado para obtener **49**. En este caso, tenemos **3x** y **7** ya que $(3x)(3x) = 9x^2$ y $(7)(7) = 49$

$$2(3X + 7)(3X - 7)$$

Paso 3: Determina si es que los factores sobrantes pueden ser factorizados: **en este caso no.**

en este caso no Prueba del resultado:

$$2(3x + 7)(3x - 7) = 2(9x^2 - \cancel{21x} + \cancel{21x} - 7^2) = 2(9x^2 - 49) = \boxed{18x^2 - 98} \checkmark$$



Ejemplo4:

Factoriza $16x^4 - 1$

Paso 1: Decide si es que los términos tienen algo en común: **no tiene nada**

Paso 2: Para factorizar el problema en la forma $(a + b)(a - b)$ necesitamos determinar el valor que tenemos que elevar al cuadrado para $16x^4$ y el valor que tenemos que elevar al cuadrado para obtener

1. En este caso, tenemos $4x^2$ y **1** ya que $(4x^2)(4x^2) = 16x^4$ y $(1)(1) = 1$

$$(4x^2 + 1)(4x^2 - 1)$$

Paso 3: Determina si es que los factores sobrantes pueden ser factorizados:

En este caso uno de los factores es una diferencia de cuadrados, por lo que podemos factorizarlo:

necesitamos determinar el valor que tenemos que elevar al cuadrado para obtener $4x^2$ y el valor que tenemos que elevar al cuadrado para obtener **1**

En este caso, tenemos $2x$ y **1** ya que $(2x)(2x) = 4x^2$ y $(1)(1) = 1$.

$$(4x^2 + 1)(2x + 1)(2x - 1)$$

Prueba del resultado:

$$(4x^2 + 1)(2x + 1)(2x - 1) = (4x^2 + 1)(4x^2 - 2x + 2x - 1) = (4x^2 + 1)(4x^2 - 1)$$

$$= (16x^4 - 4x^2 + 4x^2 - 1) = \boxed{16x^4 - 1} \quad \checkmark$$

Ejemplo 5:

Factorizar:

$$9x^2 - 16y^2$$

Se calcula la raíz cuadrada de cada uno de los términos, obteniendo:

$$\sqrt{9x^2} = 3x \text{ y } \sqrt{16y^2} = 4y$$

Luego la factorización será:

$$9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$$

tenemos $x^2 - 2^2$, algo que es una diferencia de cuadrados.

Para reforzar el tema te invito a observar los siguientes videos:

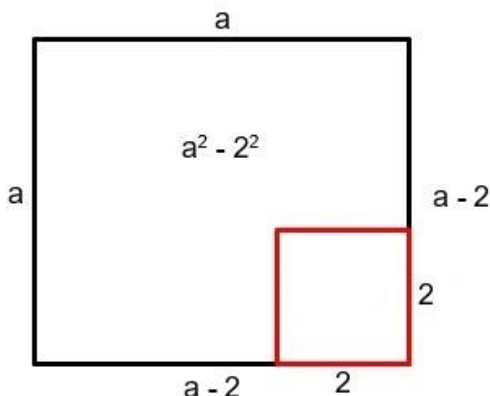
https://www.youtube.com/watch?v=dmUjA2V_vOQ

<https://www.youtube.com/watch?v=itgFqGg6UBI>



Representación gráfica:

Lo representaremos gráficamente para ver el proceso que se realiza desde el trabajo con áreas, es decir, representamos un **cuadrado de lado a**, en el cual dividimos un cuadrado de lado 2.



Reorganizamos las áreas de la gráfica anterior, duplicando el área que tiene el cuadrado de lado 2, obteniendo esta figura:



Área $a \cdot a = a^2$



Área $2 \cdot 2 = 2^2$

Por tanto, el área de



es $a^2 - 2^2$

ACTIVIDAD 5:

1. Factoriza los siguientes ejercicios, con la ayuda de un compañero:

a. $x^2 - y^2$

b. $100 - x^2 y^6$

c. $1 - 9a^2 b^4 c^6 d^8$

d. $a^{10} - 49b^6$

e. $25x^2 y^4 - 121$

f. $(x - y)^2 - a^2$

g. $4 - (a - 1)^2$

h. $9 - (m - n)^2$

i. $(x + y)^2 - 9x^2$

j. $(2a - c)^2 - (a + c)^2$

2. Realizar los siguientes ejercicios en el cuaderno utilizando el método de factorización de binomios para diferencia de cuadrados:

1. $9a^2 - 25b^2 =$

2. $4x^2 - 1 =$

3. $36m^2 n^2 - 25 =$

4. $169m^2 - 196n^2 =$

5. $\frac{9}{25}a^2 - \frac{49}{36}b^2 =$

6. $3x^2 - 12 =$

7. $8y^2 - 18 =$

8. $45m^3 n - 20mn =$

9. $16x^2 - 100 =$

10. $9p^2 - 40q^2 =$

4. Escoge una de las cuatro respuestas

Factoriza la expresión $-3x^2 + 12$.

Escoge una respuesta

☐ $(3x + 2)(x - 2)$

☐ $-3(x + 2)(x - 2)$

☐ $-2(x + 3)(x - 3)$

☐ $(x + 4)(x - 4)$



5. Ingresa al siguiente link y juega sobre el tema (No se te olvide enviar el pantallazo al wp del grupo):

<https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/factorizacion-diferencia-de-cuadrados>

4.2. Cubo perfecto de Binomio

También llamado **Un binomio al cubo o cubo de un binomio** (suma) es igual al cubo del primero, más el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo. Para la resta semintercalan los signos comenzando por el menos.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

EJEMPLO:

Factorizar $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

Paso1: Verificar si esta expresión cumple con las condiciones para ser considerada como cubo de un binomio:

1. Tiene cuatro términos
2. Dos términos (el primero y el último) son cubos perfectos, es decir existe su raíz cubica dentro del conjunto de los Enteros.
3. El segundo término es tres veces el producto de la primera raíz elevada al cuadrado por la segunda raíz elevada a la potencia uno.
4. El tercer término es tres veces el producto de la primera raíz elevada a la potencia de uno por la segunda raíz elevada al cuadrado.

DESARROLLO DEL EJERCICIO

Factorizar $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

1. Tiene cuatro términos algebraicos $8x^3$; $12x^2$; $6x$; 1

2. Dos términos que son cubos perfectos (el primero y el último) $8x^3$ y 1 , pues:

$$\sqrt[3]{8x^3} = \sqrt[3]{2^3 x^3} = 2x$$

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

3. El segundo término $12x^2$ se pueden obtener de la siguiente manera: $12x^2 = 3(2x)^2(1)^1$

Es decir, cumple con la condición.

4. El término $6x$ se puede obtener de la siguiente manera: $6x = 3(2x)^1(1)^2$

Se cumple con la última condición para llamar a la expresión algebraica: **cubo de un binomio.**

Paso2: Se hallan las raíces cubicas de los términos, primero y último, se verifica si los términos son positivos se establece una adición entre los mismos, en caso de presentarse los signos positivos y negativos de forma intercalada, entonces se establece una sustracción.



$$\sqrt[3]{8x^3} = \sqrt[3]{2^3x^3} = 2x$$

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

Entonces tenemos que como en la expresión todos los términos son positivos, la factorización es:

$$8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = (2x + 1)^3 \text{ Cubo perfecto de Binomio}$$

Te invito a observar los siguientes videos para reforzar el tema:

https://www.youtube.com/watch?v=DL2_O48dy5M

ACTIVIDAD 6:

1. Factoriza las siguientes expresiones aplicando la regla del cubo perfecto:

- 1. $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$
- 2. $27 - 27a + 9a^2 - a^3$
- 3. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
- 4. $125m^3 - 150m^2n + 60mn^2 - 8n^3$
- 5. $64a^3 + 144a^2b + 108ab^2 + 27b^3$

2.a. Desarrolla los siguientes binomios al cubo aplicando la fórmula correspondiente.

1. $(x + 2)^3$

2. $(2a - 3)^3$

3. $(3m^2 + n^3)^3$

4. $\left(\frac{1}{2}x - 4\right)^3$

2.b. Factorización (Regresar al binomio)

Identifica si los siguientes polinomios son cubos perfectos y exprésalos como un binomio al cubo

5. $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

6. $a^3 - 9a^2b + 27ab^2 - 27b^3$

7. $64m^3 + 144m^2n + 108mn^2 + 27n^3$

8. $x^6 - 6x^4y + 12x^2y^2 - 8y^3$



FACTORIZACIÓN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

Es una expresión algebraica de tres términos que se puede factorizar en el producto de dos binomios con un término común: $(x+m)(x+n)$

Para factorizarlo correctamente, debes seguir una regla fundamental basada en encontrar dos números $(m$ y $n)$:

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

Donde los números m y n deben cumplir con dos condiciones al mismo tiempo:

1. **Multiplicados** deben dar el tercer término (c).
2. **Sumados (o restados)** deben dar el coeficiente del segundo término (b)

RESULTADO

$$(x + m)(x + n)$$

donde: $m \cdot n = c$ y $m + n = b$

EJEMPLO1:

Factorizar: $x^2 + 5x + 6$

1. **Abrir dos paréntesis** con la raíz cuadrada del primer término (x):

$$(x \quad)(x \quad)$$

2. **Colocar los signos:**

- **Primer paréntesis:** signo del segundo término (lineal) $+5x \rightarrow (x + \quad)$
- **Segundo paréntesis:** multiplicación de signos, término independiente $(+6)$ por el término lineal $(+5x) \rightarrow (+ \text{ por } + = +) \rightarrow (x + \quad)(x + \quad)$

3. **Buscar los números:** Necesitamos dos números que multiplicados den 6 y sumados (porque los signos son iguales) den 5 .

- Los números son 3 y 2 (ya que $3 \times 2 = 6$ y $3 + 2 = 5$).

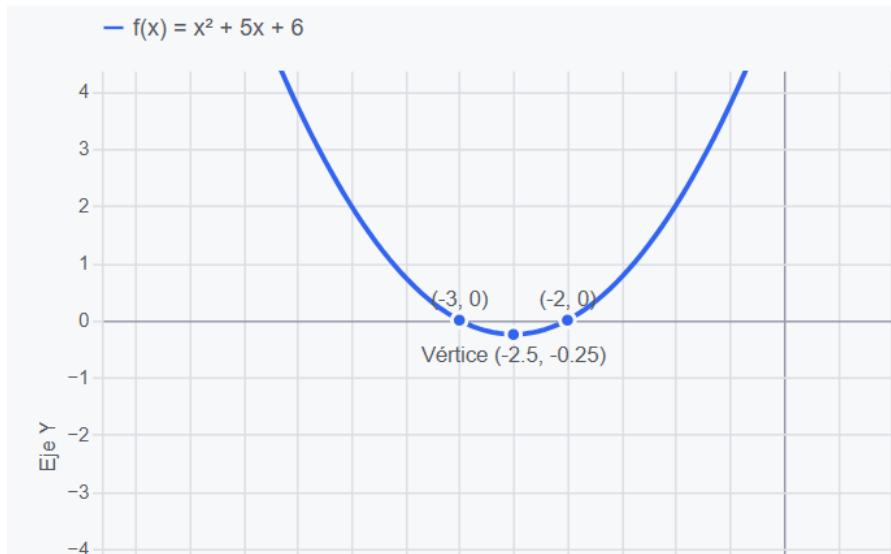
4. **Resultado:** Coloca siempre el número mayor en el primer paréntesis y el segundo en el otro paréntesis.

$$(x + 3)(x + 2)$$

5. Para encontrar el par ordenado que toca el eje x igualamos a cero ambos resultados:

$$(x + 3) = 0 \quad (x + 2) = 0$$

$$x = -3 \quad x = -2$$



EJEMPLO2:

Factorizar: $x^2 - 2x - 15$

1. Abrir dos paréntesis: $(\quad)(\quad)$

2. Colocar los signos:

Primer paréntesis: signo de $-2x \rightarrow (x - \quad)$

Segundo paréntesis: multiplicación de signos ($-$ por $- = +$) $\rightarrow (x - \quad)(x + \quad)$

3. **Buscar los números:** Necesitamos dos números que multiplicados den **15** y restados (porque los signos son diferentes) den **2**.

Los números son **5** y **3** (ya que $5 \times 3 = 15$ y $5 - 3 = 2$).

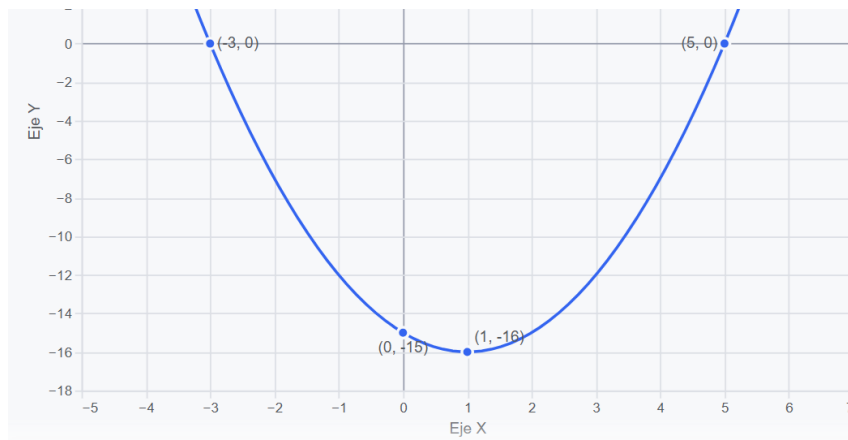
4. **Resultado:** Coloca el número mayor (**5**) en el primer paréntesis y (**3**) en el segundo.

$$(x - 5)(x + 3)$$

5. Igualamos a cero

$$(x = 5)(x = -3)$$

Graficamos:



Te invito a observar el siguiente video para reforzar el tema:

<https://www.youtube.com/watch?v=ND-UMsE-uPI>



ACTIVIDAD 7:

Realiza en tu cuaderno los siguientes ejercicios: (No se te olvide ordenarlos)

1) $-160 + x^2 - 12x$

2) $210 + 29x + x^2$

3) $-56y^2 + x^2 - xy$

4) $-41x + 400 + x^2$

5) $x^2 + 1/6 + (5/6)x$

5. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Todo trinomio de la forma:

$$a^2 + 2ab + b^2$$

es un trinomio cuadrado perfecto ya que,

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$

Trinomio cuadrado perfecto

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Siendo la regla: El cuadrado del primero más el doble del primer por el segundo término más el cuadrado del segundo término. Siempre se debe verificar que es un cuadrado perfecto.

Ejemplo 1 Factorizar $x^2 + 10x + 25$

La raíz cuadrada de: x^2 es x

La raíz cuadrada de: 25 es 5

El doble producto de las raíces: $2(x)(5)$ es $10x$

Luego $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

Ejemplo 2 Factorizar $49y^2 + 14y + 1$

La raíz cuadrada de: $49y^2$ es $7y$

La raíz cuadrada de: 1 es 1

El doble producto de las raíces: $2(7y)(1)$ es $14y$

Luego $49y^2 + 14y + 1 = (7y + 1)^2$



Ejemplo 3 Factorizar $81z^2 - 180z + 100$

La raíz cuadrada de: $81z^2$ es $9z$

La raíz cuadrada de: 100 es 10

El doble producto de las raíces: $2(9z)(10)$ es $180z$

Luego $81z^2 - 180z + 100 = (9z - 10)^2$

En el trinomio cuadrado perfecto los términos cuadrados son siempre positivos, en cambio **el término del doble producto puede ser positivo o negativo**; este signo es el que se coloca en el binomio al cuadrado como en los ejemplos anteriores.

FACTORIZACION DE TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS POR ADICION Y SUSTRACCION

Existen algunos trinomios en los que su primer y tercer término son cuadrados perfectos (es decir, tienen raíz cuadrada exacta), pero su segundo término no corresponde al doble producto de sus raíces cuadradas.

$x^2 + 2x + 9$ no es un trinomio cuadrado perfecto. Para que un trinomio de este tipo se convierta en un trinomio cuadrado perfecto, se suma y se resta un mismo número (semejante al segundo término) para lograr que el segundo término sea el doble producto de las raíces cuadradas del primer y último término. A este proceso se le llama completar cuadrados.

EJEMPLO:

Factorizar $x^4 + 3x^2 + 4$

SOLUCIÓN:

$$x^4 + 3x^2 + 4$$

Raíz cuadrada de x^4 es x^2

Raíz cuadrada de 4 es 2

Doble producto de la primera raíz por la segunda:

$$2(x^2)(2) = 4x^2$$

El trinomio $x^4 + 3x^2 + 4$ no es trinomio cuadrado perfecto, entonces:

$$x^4 + 3x^2 + 4 = x^4 + 3x^2 + 4 + x^2 - x^2 \quad \text{Se suma y se resta } x^2$$

$$= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2$$

PASO 1: Identificar tipo de operación

Se asocia convenientemente $(x^2 + 2)^2 - x^2$

Esto es una diferencia de cuadrados donde

$$A^2 - B^2 = (A+B) \cdot (A-B)$$

$$A = x^2 + 2$$

$$B = x$$

PASO 2: Aplicación de fórmula

$$(x^2 + 2)^2 - x^2 = [(x^2 + 2) + x] \cdot [(x^2 + 2) - x]$$

PASO 3: Ordenamos los términos

$$(x^2 + x + 2) \cdot (x^2 - x + 2)$$



Ejemplo 2. Factoricemos: $X^4 + 64$

Paso 1: Identificar lo que falta para el Trinomio Cuadrado Perfecto (TCP). Para que esta expresión sea un trinomio cuadrado perfecto, necesita un término central. Busquemos cuáles serían sus raíces:

- Raíz cuadrada de $X^4 = X^2$
- Raíz cuadrada de $64 = 8$

El término central correcto debe ser el **doble producto** de estas dos raíces:

$$\text{Término central} = 2 \cdot (X^2) \cdot (8) = 16X^2$$

Paso 2: Sumar y restar el término faltante.

Como el término **(16X²)** no existe en la expresión original, **lo sumamos y lo restamos** al mismo tiempo para no alterar el valor de la ecuación:

$$X^4 + 16X^2 + 64 - 16X^2$$

Paso 3: Agrupar y factorizar el TCP.

Ahora, asociamos los tres primeros términos, los cuales ya forman un **Trinomio Cuadrado Perfecto**:

$$\begin{aligned} &(X^4 + 16X^2 + 64) - 16X^2 \\ &(X^2 + 8)^2 - 16X^2 \end{aligned}$$

Paso 4: Aplicar Diferencia de Cuadrados.

$$(A^2 - B^2 = (A + B)(A - B))$$

La expresión resultante es una **diferencia de cuadrados**, aplicamos la factorización:

- Identificamos $A = X^2 + 8$
- Identificamos $B = \sqrt{16X^2} = 4X$

Aplicamos la fórmula:

$$[(X^2 + 8) + 4X] \cdot [(X^2 + 8) - 4X]$$

Paso 5: Ordenar los términos

Finalmente, reordenamos los polinomios de mayor a menor grado para obtener el resultado estandarizado:

$$(X^2 + 4X + 8) \cdot (X^2 - 4X + 8)$$

Te invito a observar los siguientes videos para que refuerces el tema:

<https://www.youtube.com/watch?v=h8XGI2Bljk&t=51s>

<https://www.youtube.com/watch?v=K3BPWB1lBqs&t=6s>



ACTIVIDAD 8:

Realiza los siguientes ejercicios de factorización de trinomios cuadrados por adición o sustracción en el cuaderno de matemáticas:

1. $X^4 + X^2 + 1$

2. $4X^4 + 81$

3. $A^4 + 2A^2B^2 + 9B^4$

4. $X^4 - 7X^2 + 1$

5. $M^8 + 4M^4N^4 + 16N^8$

HETEROEVALUACIÓN: La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:

- **Saber Hacer (50%):**

- a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.
- b. Ejercicios de Prueba.

- **Saber (25%):**

- a. Prueba Bimestral

- **Ser - Convivir (25%):**

- a. Normas de Convivencia.
- b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
- c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
- d. Autoevaluación y Coevaluación.

AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION:

Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

<https://forms.gle/iDdrBHss9SeYarBr8>